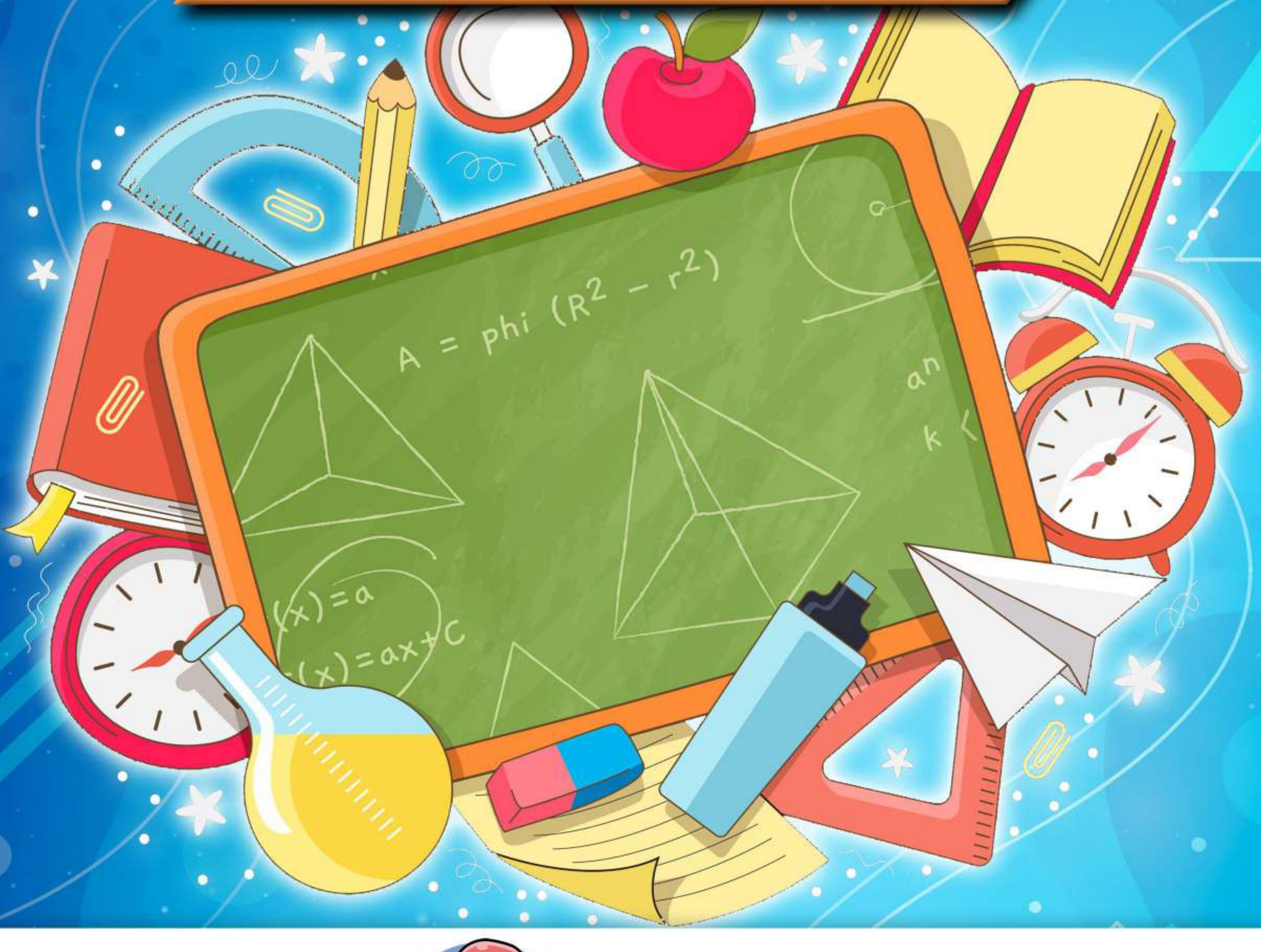
PODSTAWY GEOMETRII

PLANIMETRIA



AKADEMIA PRYMUSÓW

Spis treści!

O nas!

Akademia Prymusów to portal, którego misją jest pomaganie młodzieży w nabywaniu wiedzy szkolnej, zarówno na poziomie podstawowym, jak i ponadpodstawowym.

Jego powstanie było inspirowane potrzebą rynkową, związaną z nie w pełni efektywnie działającym systemem edukacji tradycyjnej, który wymusza na swoich beneficjentach szukanie wiedzy oraz pomocy w jej nabyciu na własną rękę. Dany fakt w połączeniu ze stale rozwijającymi sie możliwościami technologicznymi pozwolił na powstanie serwisu, gdzie każdy będzie czuł się swobodnie, decydując samodzielnie o tempie, rodzaju i koszcie powziętej nauki.

Czym jest punkt?

Punkt to niedefiniowany i bezwymiarowy (posiada zerowe wymiary) obiekt geometryczny.

Przykład:

Własności punktu:

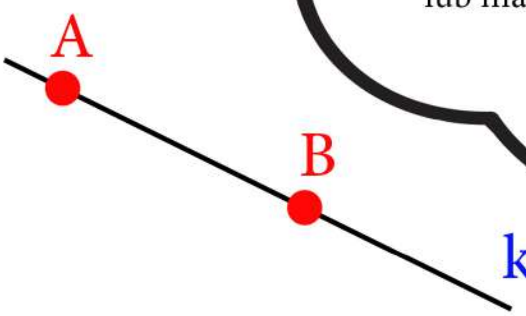
- punkt jest bezwymiarowy,
- przez punkt przechodzi nieskończenie wiele prostych.

Co to jest prosta?

Prosta to nieograniczona z żadnej strony linia, nie posiadająca krzywizny.

Prostą można oznaczyć przez nazwę dwóch punktów, przez które przechodzi, np. **prosta AB** lub małą literą, np. **prosta k**.

Przykład:



Własności prostej:

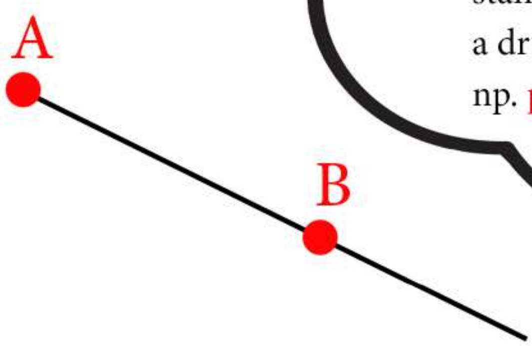
- prosta jest nieograniczona z żadnej strony, oznacza to, że nie posiada początku ani końca,
- przez dwa różne punkty można przeprowadzić tylko jedną prostą.

Czym jest półprosta?

Półprosta to ograniczona z jednej strony linia, nie posiadająca krzywizny.

Półprostą oznacza się przez nazwę dwóch punktów. przez które przechodzi. Jeden z nich stanowi początek półprostej, a drugi do niej należy, np. **półprosta AB**.

Przykład:

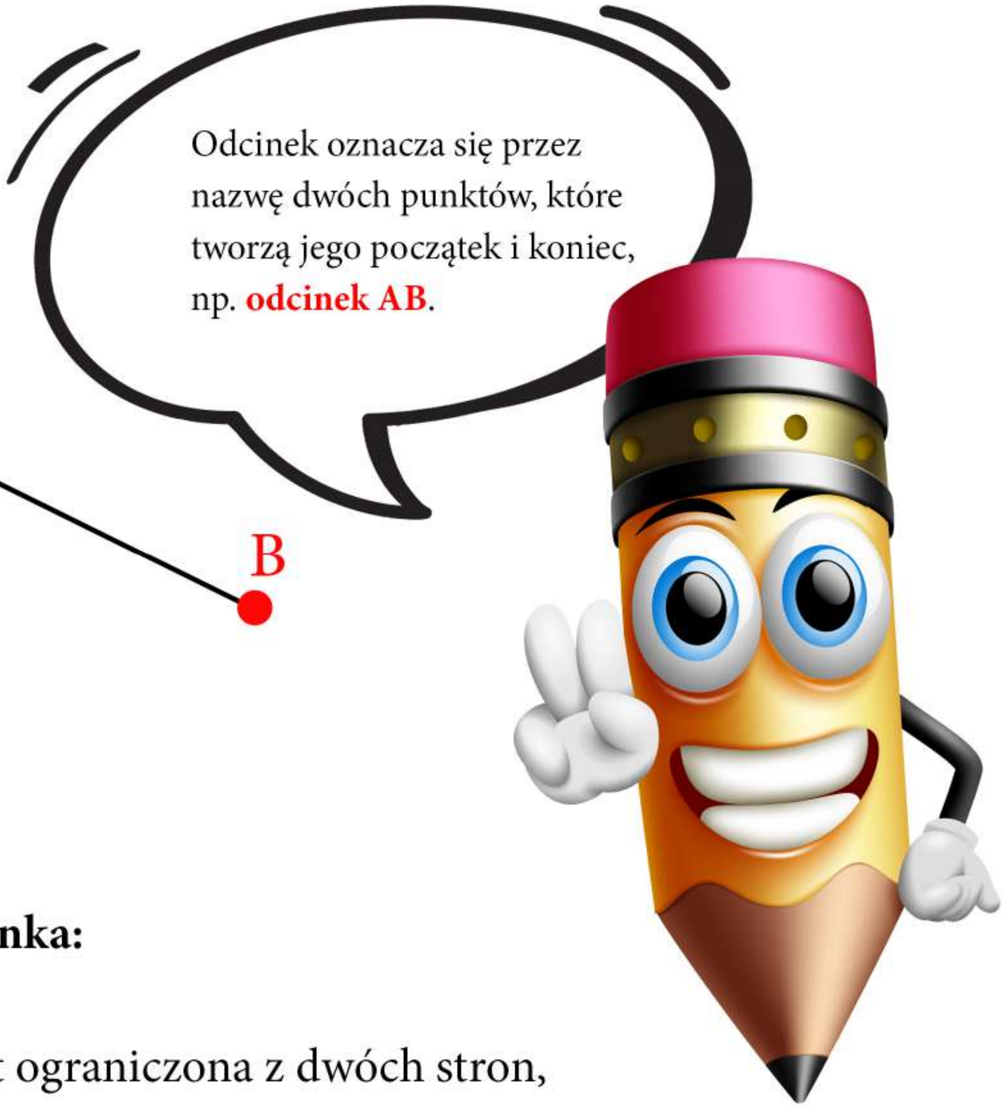


Własności półprostej:

✓ prosta jest ograniczona z jednej strony, oznacza to, że posiada początek ale nie posiada końca.

Czym jest odcinek?

Odcinek to ograniczona z dwóch strony linia, nie posiadająca krzywizny.



Przykład:

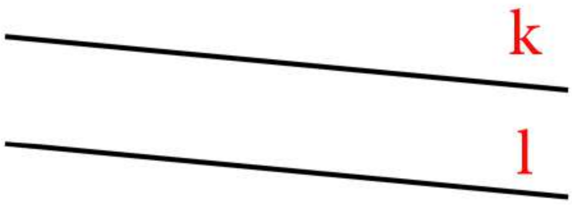
Własności odcinka:

- odcinek jest ograniczona z dwóch stron, oznacza to, że posiada początek i koniec,
- długość odcinka stanowi odległość między dwoma jego końcami.

Jak względem siebie mogą układać się proste?

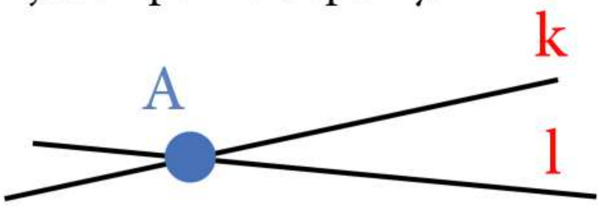
Proste mogą być ułożone względem siebie na trzy sposoby:

- **położenie równoległe** - występuje wtedy, gdy linie nie posiadają żadnego punktu wspólnego (nie przecinają się) lub pokrywają się ze sobą:



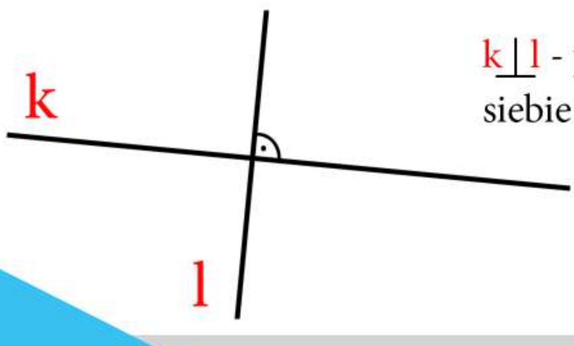
k || l - proste k i l są względem siebie równoległe.

- **przecinanie się** - występuje wtedy, gdy linie posiadają jeden punkt wspólny:



Proste k i l przecinają się w punkcie A.

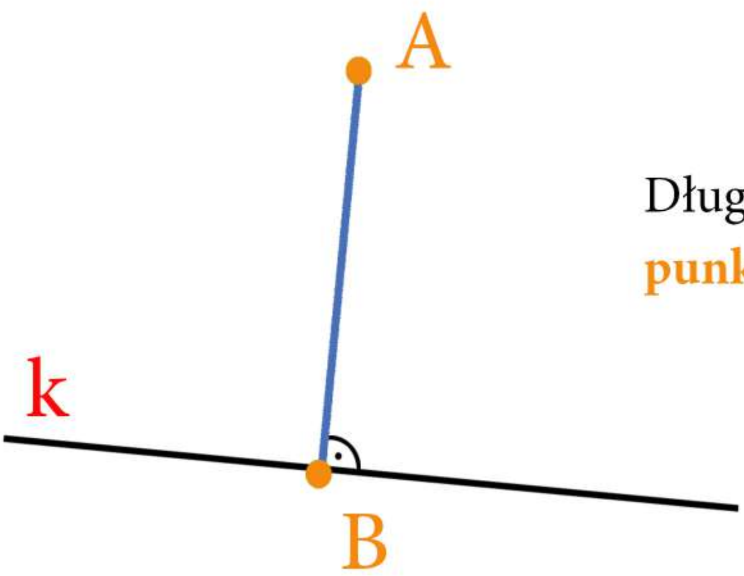
- **położenie prostopadłe (proste prostopadłe)** - występuje wtedy, gdy linie przecinają się pod kątem prostym:



k ⊥ l - proste k i l są względem siebie prostopadłe.

Jak zmierzyć odległość punktu od prostej?

Odległość punktu od prostej jest równa długości odcinka prostopadłego do prostej i łączącego punkt z prostą :

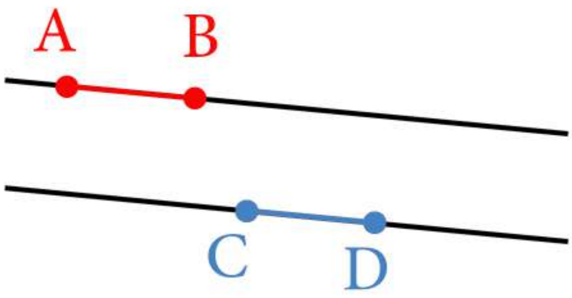


Długość **prostej AB** = odległość **punktu A** od **prostej k**.

Odcinki równoległe i prostopadłe.

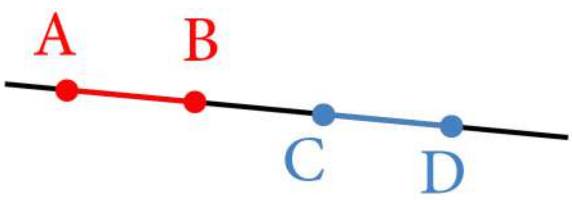
Odcinki są względem siebie równoległe jeżeli:

✔ leżą na równoległych względem siebie prostych:



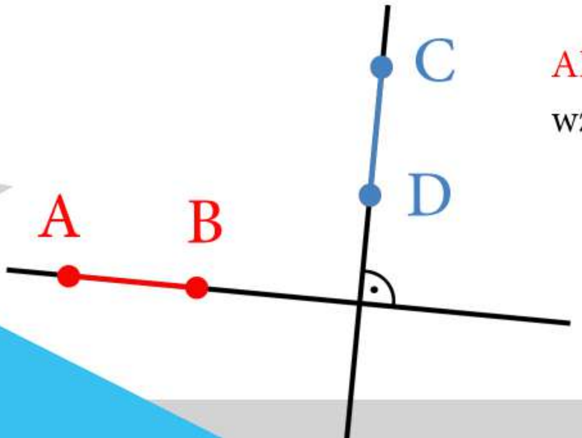
AB || CD - odcinek AB i CD są względem siebie równoległe.

✔ leżą na jednej prostej:



AB || CD - odcinek AB i CD są względem siebie równoległe.

Odcinki są względem siebie prostopadłe jeżeli leżą na prostopadłych względem siebie prostych:

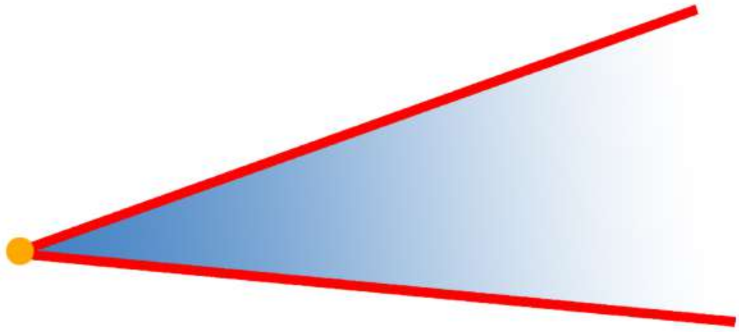


AB ⊥ CD - odcinek AB i CD są względem siebie prostopadłe.

Kąty - czym są i jak się je oznacza?

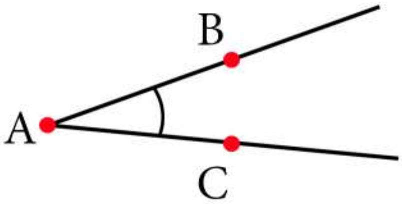
Kąt to przestrzeń znajdująca się między dwiema półprostymi, wychodzącymi z tego samego punktu (wierzchołka). Każdy kąt składa się z:

- wierzchołka,
- ramion,
- wnętrza,



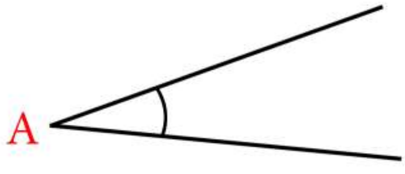
Kąty można oznaczać na trzy różne sposoby:

- poprzez nazwę punktów, przez które przeprowadzono ramiona i wierzchołek,



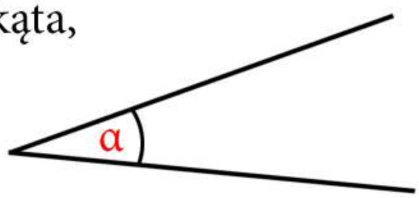
kąt BAC

- przez wielką literę, którą oznaczono wierzchołek kąta,



kąt A

- przez literę alfabetu greckiego, znajdującą się wewnątrz kąta,



kąt α

Jakie wyróżniamy rodzaje kątów?

Kąty można podzielić na:

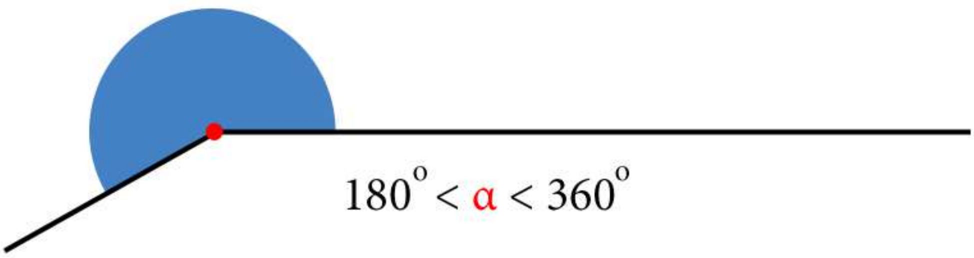
- zerowe - to takie kąty, których miara jest równa 0°

$\alpha = 0^{\circ}$

- wypukłe - to takie kąty, których miara jest większa od 0° ale mniejsza bądź równa 180°

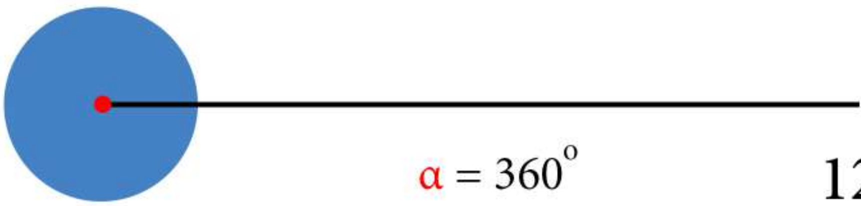
SZERSZE OMÓWIENIE KĄTÓW WYPUKŁYCH
NA KOLEJNEJ STRONIE

- wklęsłe - to takie kąty, których miara jest większa od 180° ale mniejsza od 360°



$180^{\circ} < \alpha < 360^{\circ}$

- pełne- to takie kąty, których miara jest równa 360°

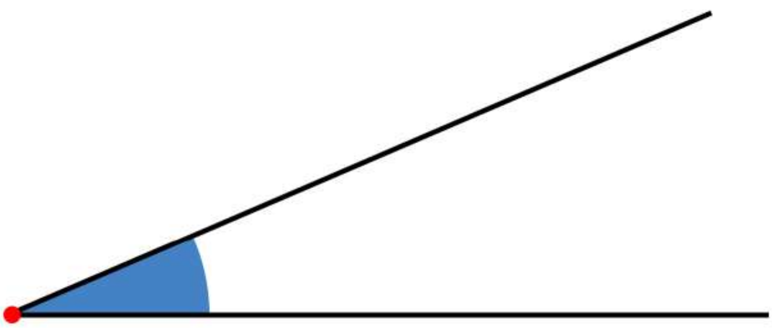


$\alpha = 360^{\circ}$

Rodzaje kątów wypukłych.

Kąty wypukłe to takie kąty, których miara jest większa od 0^{o} ale mniejsza bądź równa 180^{o} i można je podzielić na:

- kąty ostre - to takie kąty, których miara jest większa od 0^{o} ale mniejsza od 90^{o}



$0^{o} < \alpha < 90^{o}$

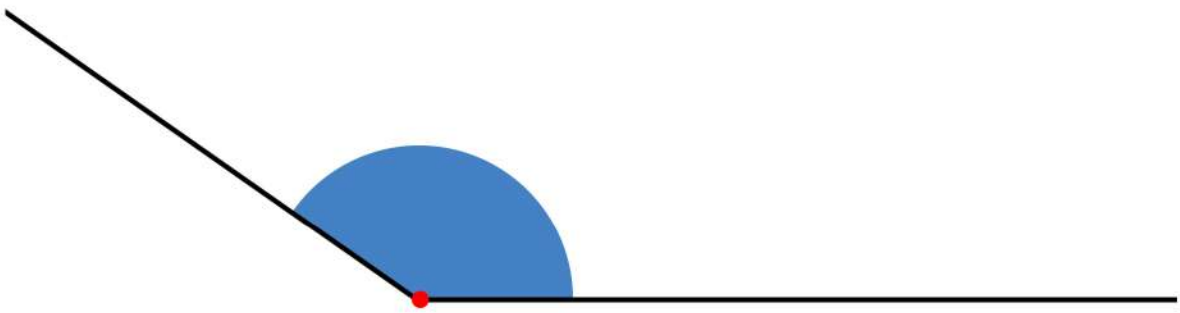
- kąty proste - to takie kąty, których miara jest równa 90^{o}

$\alpha = 90^{o}$

Rodzaje kątów wypukłych II.

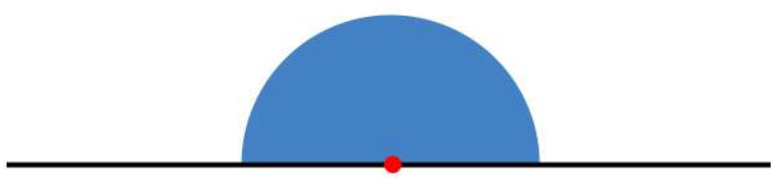
Kąty wypukłe to takie kąty, których miara jest większa od 0° ale mniejsza bądź równa 180° i można je podzielić na:

- kąty rozwarte - to takie kąty, których miara jest większa od 90° ale mniejsza od 180°



$90^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$

- kąty półpełne - to takie kąty, których miara jest równa 180°

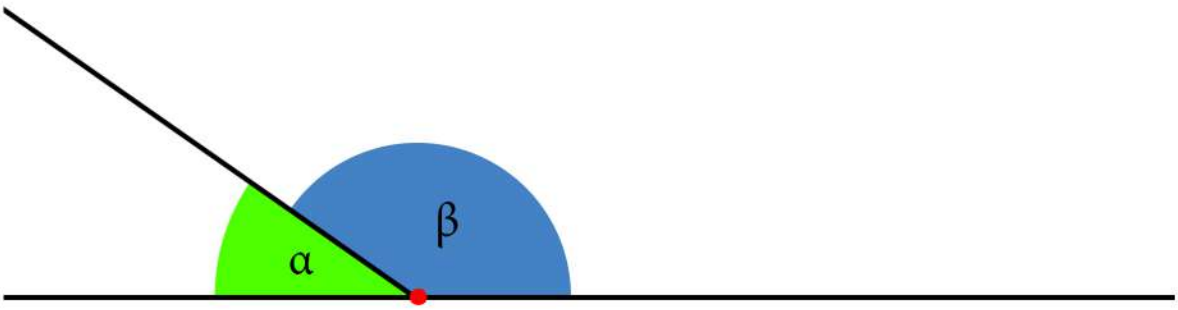


$\alpha = 180^{\circ}$

Rodzaje kątów „specjalnych”.

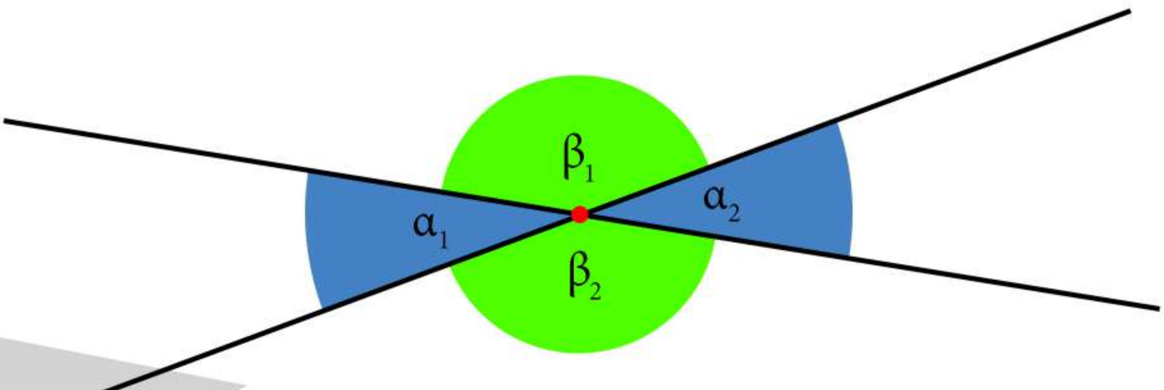
Można również wyszególnić takie kąty jak:

- przyległe - to takie kąty, które posiadają wspólne ramię, a suma ich miar równa jest 180^{o} (kąt półpełny):



$\alpha + \beta = 180^{o}$

- wierzchołkowe - to takie kąty, które posiadają wspólny wierzchołek, tą samą miarę i gdzie ramię jednego konta stanowi przedłużenie drugiego:

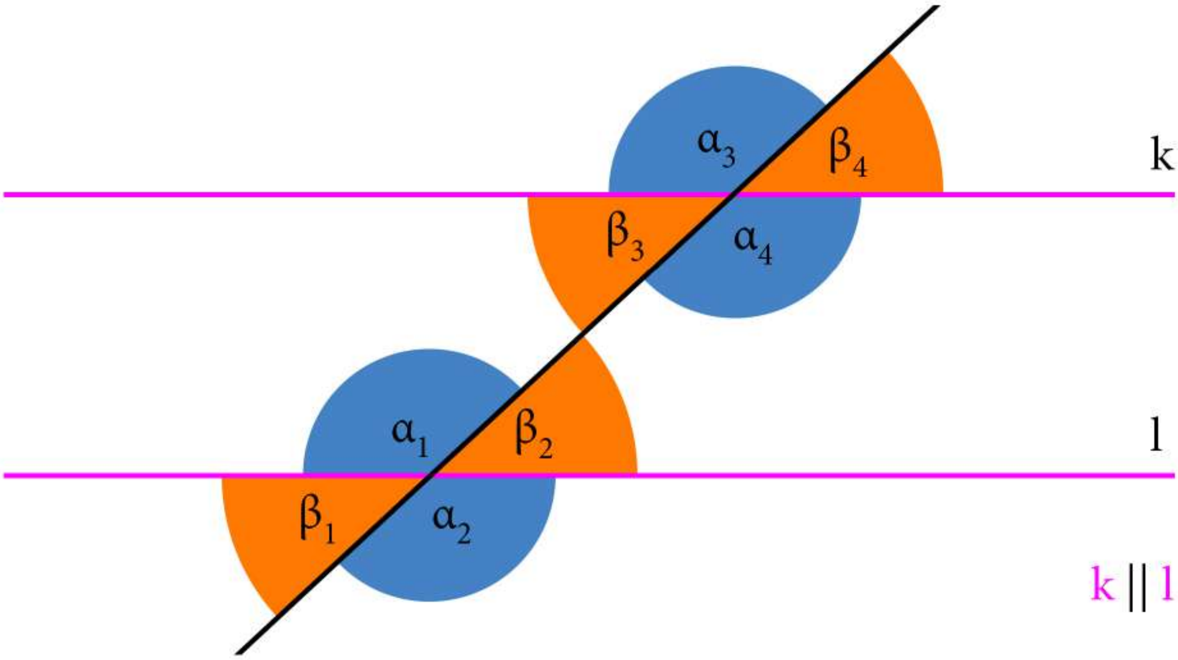


$\alpha_1 = \alpha_2 \qquad \beta_1 = \beta_2$

Rodzaje kątów „specjalnych” II.

Można również wyszególnić takie kąty jak:

- odpowiadające i naprzemianległe - są to kąty wierzchołkowe, powstałe na skutek przecięcia dwóch równoległych względem siebie prostych, przez inną prostą:



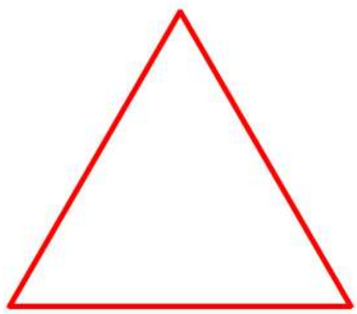
Kąty odpowiadające, to kąty wierzchołkowe powstałe na skutek przecięcia jednej prostej drugą, będące kopią kątów powstałych przez przecięcie prostej równoległej do pierwszej prostej przez tą samą prostą np. $\alpha_1 = \alpha_3$, $\beta_1 = \beta_3$

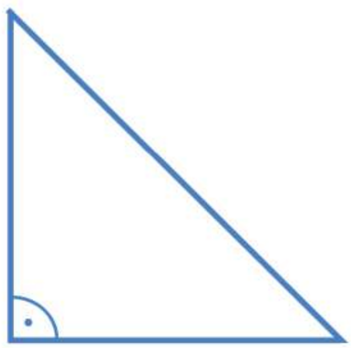
Kąty naprzemianległe, to kąty wierzchołkowe powstałe na skutek przecięcia jednej prostej drugą, mające tą samą miarę co przeciwległe kąty powstałe przez przecięcie prostej równoległej do pierwszej prostej przez tą samą prostą np. $\alpha_1 = \alpha_4$, $\beta_1 = \beta_4$

Czym jest trójkąt?

Trójkąt jest figurą geometryczną, składającą się z trzech boków i trzech kątów. Możemy wyszczególnić następujące rodzaje trójkątów:

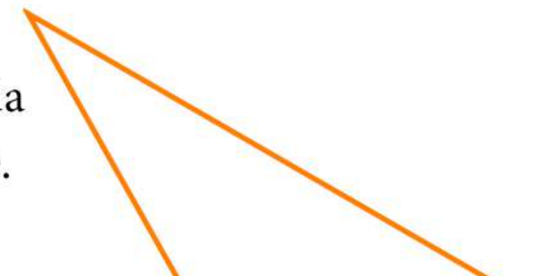
- **ostrokątny** - wszystkie kąty danego trójkąta są ostre,





- **prostokątny** - trójkąt ten posiada jeden kąt prosty i dwa kąty ostre,

- **rozwartokątny** - trójkąt ten posiada jeden kąt rozwarty i dwa kąty ostre.

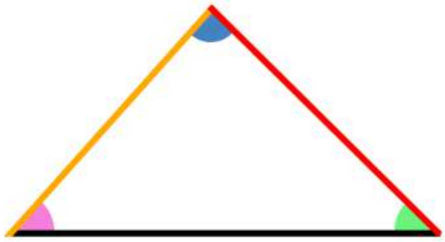


Wszystkie te trójkąty podlegają dodatkowemu podziałowi na **różnoboczne, równoramienne i równoboczne.**

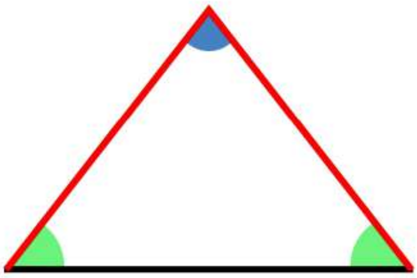
Trójkąt ostrokątny - dodatkowy podział.

Trójkąty ostrokątne dzielą się na:

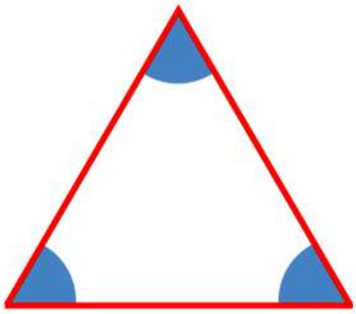
- **różnoboczne** - posiadają każdy bok innej długości i każdy kąt innej miary:



- **równoramienne** - posiadają dwa boki równej długości i dwa kąty tej samej miary:



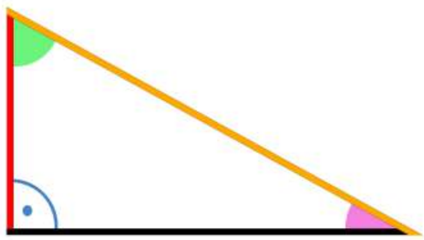
- **równoboczne** - posiadają wszystkie boki równej długości i wszystkie kąty tej samej miary:



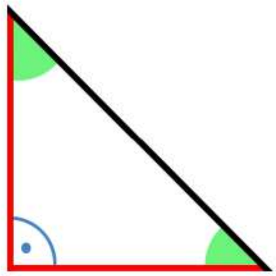
Trójkąt prostokątny - dodatkowy podział.

Trójkąty prostokątne dzielą się na:

- **różnoboczne** - posiadają każdy bok innej długości i każdy kąt innej miary:



- **równoramienne** - posiadają dwa boki równej długości i dwa kąty tej samej miary:

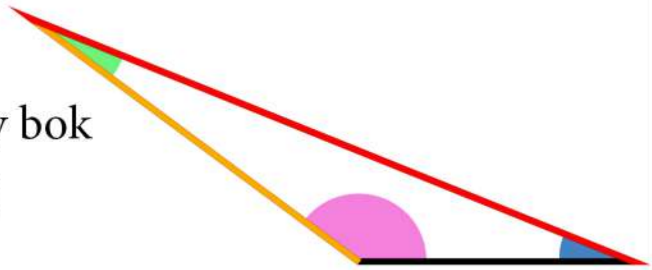


Niemożliwym jest do skonstruowania trójkąt prostokątny równoboczny.

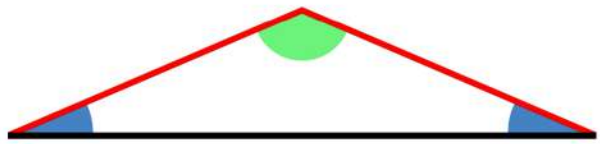
Trójkąt rozwartokątny - dodatkowy podział.

Trójkąty rozwartokątne dzielą się na:

- **różnoboczne** - posiadają każdy bok innej długości i każdy kąt innej miary:



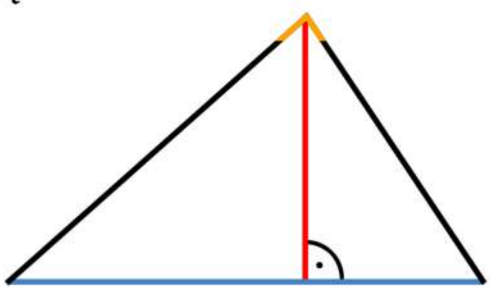
- **równoramienne** - posiadają dwa boki równej długości i dwa kąty tej samej miary:



Niemożliwym jest do skonstruowania trójkąt rozwartokątny równoboczny.

Wysokość trójkąta - właściwości.

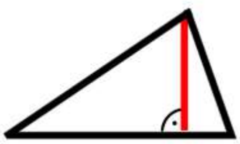
Wysokość trójkąta, to prostopadły do **boku trójkąta** (lub przedłużenia tego boku) odcinek, łączący ten **bok** z **przeciwległym wierzchołkiem** trójkąta:



Każdy trójkąt posiada 3 wysokości i wygląda to następująco:

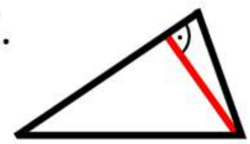
- trójkąt ostrokątny - wszystkie wysokości znajdują się w jego wnętrzu:

I.



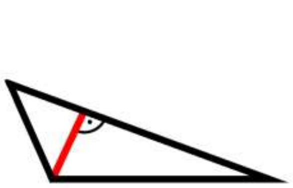
II.

III.

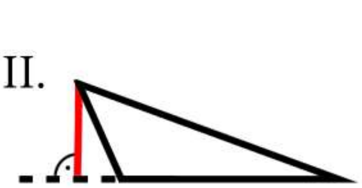


- trójkąt rozwartokątny - jedna jego wysokość znajduje się w jego wnętrzu, dwie poza nim:

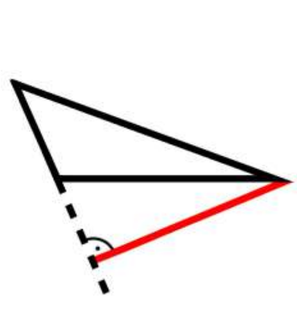
I.



II.



III.

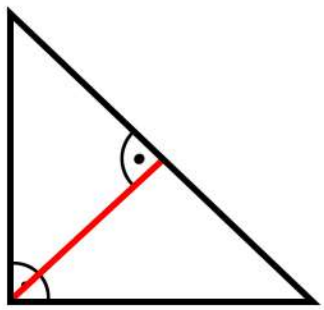


Trójkąt prostokątny zostanie omówiony na kolejnej stronie.

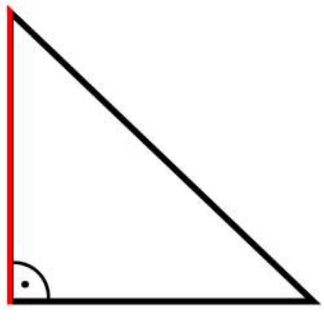
Wysokość trójkąta - właściwości II.

Trójkąt prostokątny również posiada 3 wysokości. Jedna znajduje się w jego wnętrzu, a dwie stanowią jego przyprostokątne:

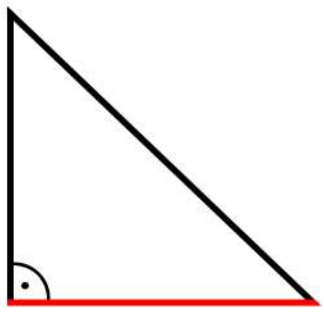
I.



II.



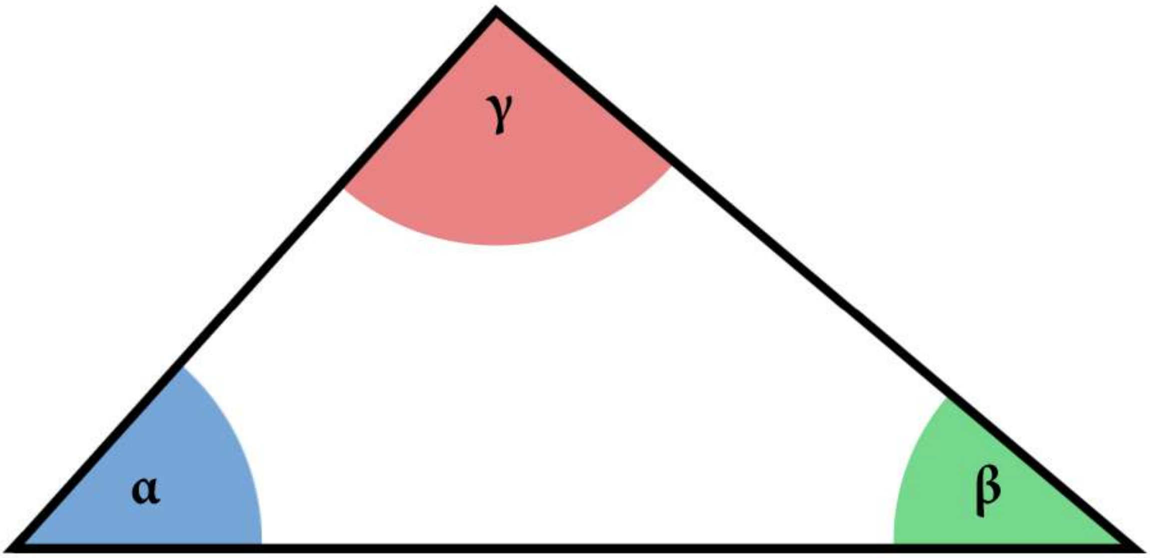
III.



Wysokość oznacza się literą h.

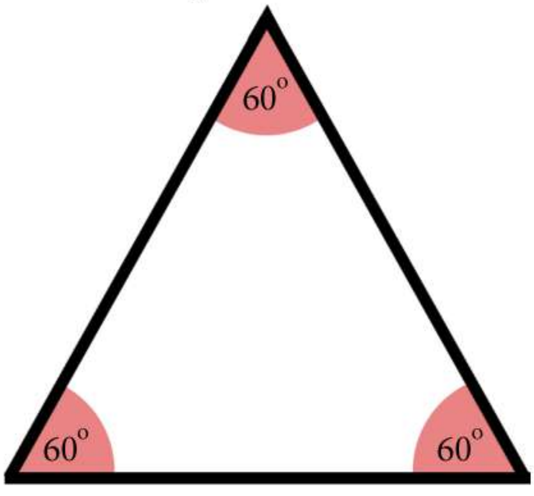
Miary kątów w trójkącie.

Suma miar kątów w każdym trójkącie wynosi 180°. Innymi słowy, po dodaniu do siebie miar wszystkich kątów dowolnego trójkąta, wynik zawsze będzie równy 180°.



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$

Ciekawym jest to, że w trójkącie równobocznym wszystkie kąty mają miarę 60°.



Co to są trójkąty przystające?

Figurami przystającymi nazywamy figury względem siebie identyczne. Tak więc trójkąty przystające, to inaczej identyczne wobec siebie trójkąty.

Jeżeli trójkąty spełniają chociaż jedną z poniższych cech, to znaczy że są przystające (i tak naprawdę spełniają wszystkie poniższe cechy):

- **bok - bok - bok** - wszystkie boki dwóch trójkątów są odpowiednio równe:

$a = a'$, $b = b'$, $c = c'$

- **bok - kąt - bok** - dwa boki dwóch trójkątów i kąt pomiędzy nimi są odpowiednio równe:

$a = a'$, $b = b'$, $\gamma = \gamma'$

Trzecia i ostatnia cecha została opisana na kolejnej stronie.

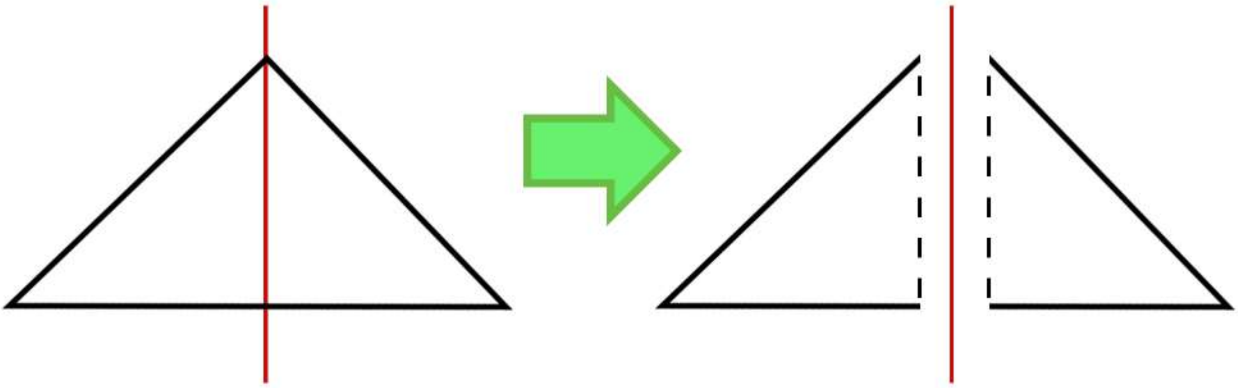
Co to są trójkąty przystające? II

kąt - bok - kąt - dwa kąty dwóch trójkątów i bok do nich przylegający są odpowiednio równe:

α = α’, b = b’, γ = γ’

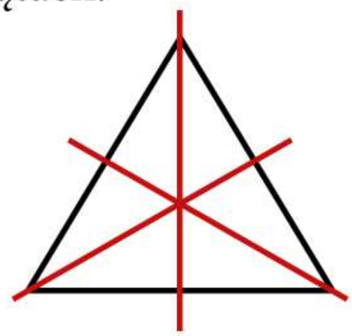
Osie symetrii w trójkącie.

Osią symetrii figury nazywamy taką prostą, która dzieli figurę na dwie identyczne figury. A więc oś symetrii w trójkącie dzieli trójkąt na dwie identyczne figury:

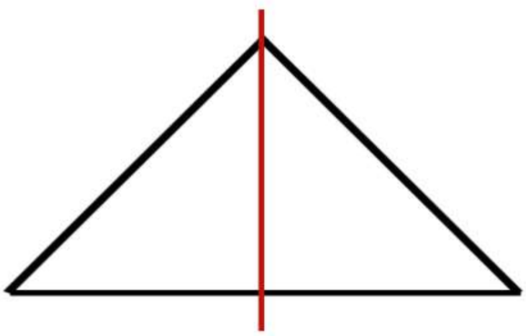


Osie symetrii występują jedynie w trójkątach:

- **równobocznych** - trójkąty równoboczne posiadają 3 osie symetrii:

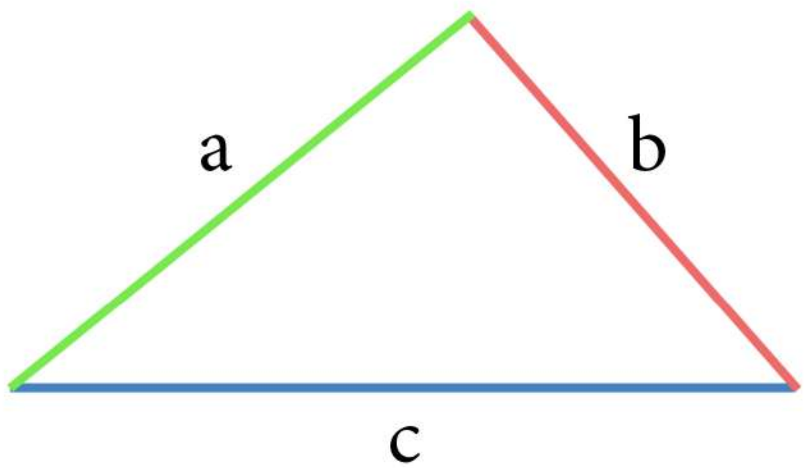


- **równoramiennych** - trójkąty równoramienne posiadają 1 oś symetrii:



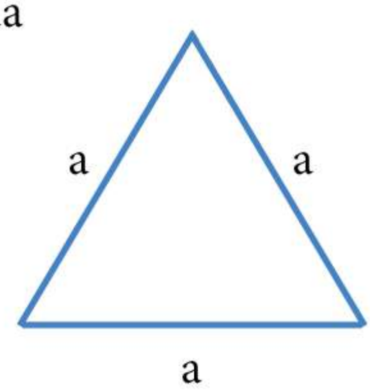
Obwód trójkąta - co to?

Obwodem dowolnej figury nazywa się sumę miar wszystkich jej boków. Tak więc obwód trójkąta, to wynik, jaki wyjdzie po dodaniu długości wszystkich boków danego trójkąta:



Obwód (L) = a + b + c

Z racji tego, że trójkąt równoboczny posiada wszystkie boki równej długości, w jego przypadku można łatwiej oszacować obwód:



Obwód trójkąta równobocznego (L) = 3a

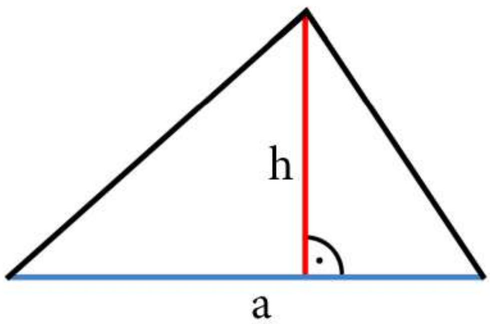
Pole trójkąta - co to jest?

Najprościej mówiąc, pole figury opisuje wielkość/rozmiar danej figury. Tak więc pole trójkąta wskazuje jak wielkim opisywany trójkąt jest.

Pole figury zawsze opisuje się w jednostkach kwadratowych, np.:

mm^2- milimetry kadratowe, cm^2- centymetry kwadratowe itd.

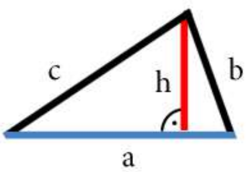
Wzór na pole trójkąta - (długość podstawy x długość wysokości) / 2



Pole trójkąta (P) = $\frac{a \cdot h}{2}$

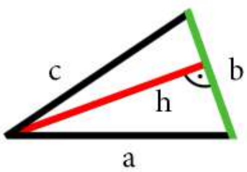
W zależności od tego, który bok przyjmiemy za podstawę, wzór może przybrać różne formy:

I.



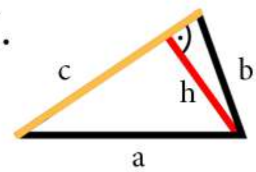
$P = \frac{a \cdot h}{2}$

II.



$P = \frac{b \cdot h}{2}$

III.

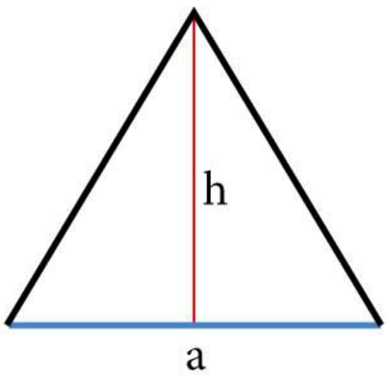


$P = \frac{c \cdot h}{2}$

Pole trójkąta równobocznego.

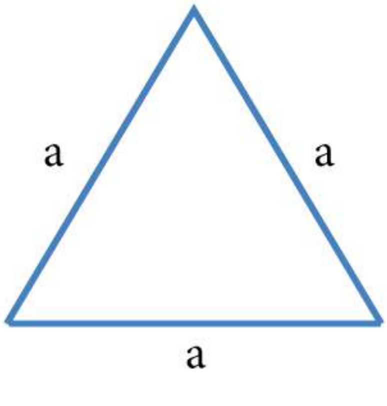
W przypadku trójkątów równobocznych można użyć dwóch wzorów do obliczenia ich pola:

✓ tradycyjny wzór:



Pole trójkąta (P) = $\frac{a \cdot h}{2}$

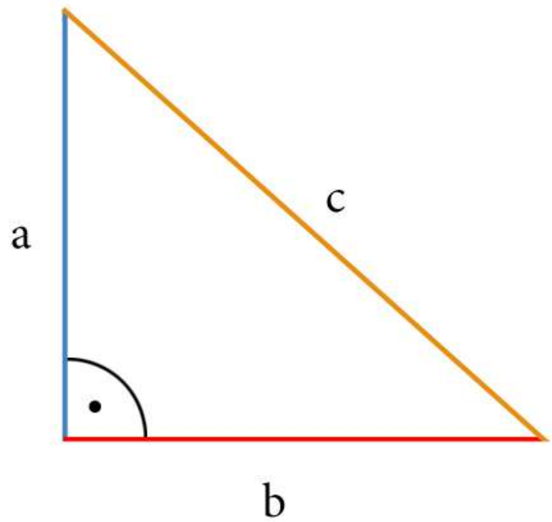
✓ wzór tylko dla trójkątów równobocznych:



Pole trójkąta (P) = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Twierdzenie Pitagorasa.

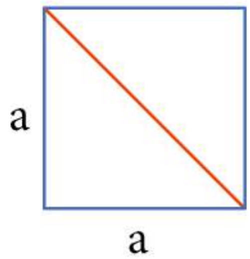
Twierdzenie Pitagorasa mówi nam, że w każdym trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości obu jego przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości jego przeciwprostokątnej:



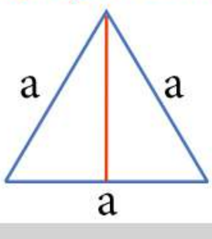
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dzięki zastosowaniu twierdzenia Pitagorasa, możliwym było opracowanie wzorów ułatwiających obliczenie pewnych wielkości:

- **długość przekątnej kwadratu** = $a\sqrt{2}$



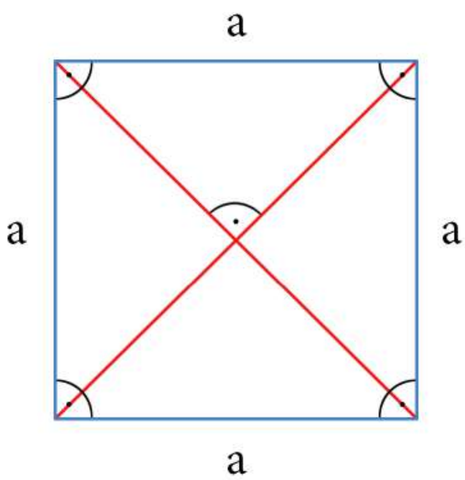
- **wysokość trójkąta równobocznego** = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$



Czworokąty i ich właściwości.

Czworokąty to figury składające się z 4 kątów i 4 boków. Do czworokątów zalicza się:

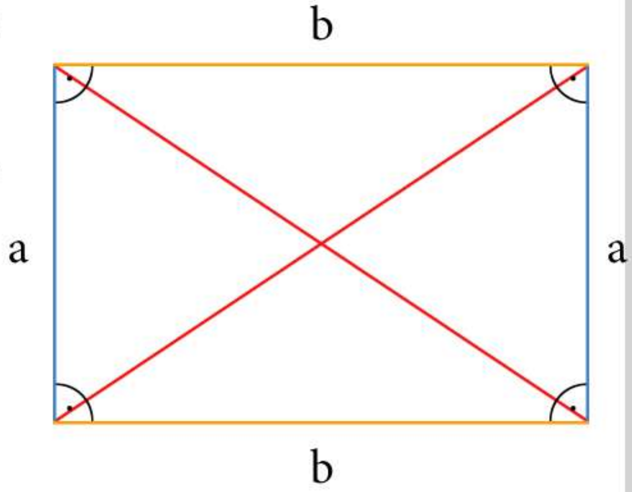
kwadrat:



- wszystkie **boki** są tej samej długości,
- dwie pary **boków** są względem siebie równoległe,
- wszystkie kąty wewnętrzne mają 90°,
- **przekątne** są jednakowej długości,
- **przekątne** przecinają się ze sobą pod kątem prostym w połowie swoich długości.

prostokąt:

- dwie pary **boków** są względem siebie równoległe,
- wszystkie kąty wewnętrzne mają 90°,
- **przekątne** są jednakowej długości,
- **przekątne** przecinają się ze sobą w połowie swoich długości.

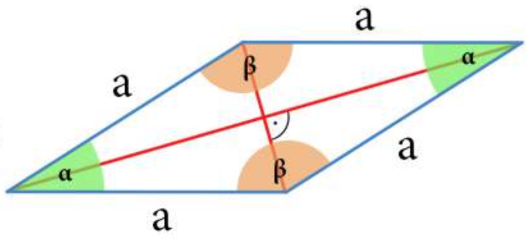


Czworokąty i ich właściwości II.

Do czworokątów zalicza się:

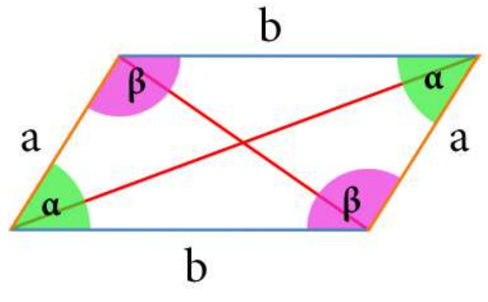
romb:

- wszystkie **boki** są tej samej długości,
- dwie pary **boków** są względem siebie równoległe,
- suma miar kątów przy dowolnym boku jest równa 180^{o},
- **przekątne** są różnejej długości,
- **przekątne** przecinają się ze sobą pod kątem prostym w połowie swoich długości.



$\alpha + \beta = 180^{o}$

równoległobok:



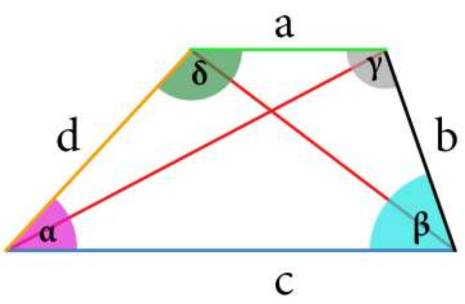
$\alpha + \beta = 180^{o}$

- przeciwległe **boki** są tej samej długości,
- przeciwległe **boki** są względem siebie równoległe,
- suma miar kątów przy dowolnym boku jest równa 180^{o},
- **przekątne** są różnej długości,
- **przekątne** przecinają się ze sobą w połowie swoich długości,
- **UWAGA!** Kwadrat, prostokąt i romb, to również są równoległoboki. Tyle że o indywidualnych cechach.

Czworokąty i ich właściwości III.

Do czworokątów zalicza się:

trapez:



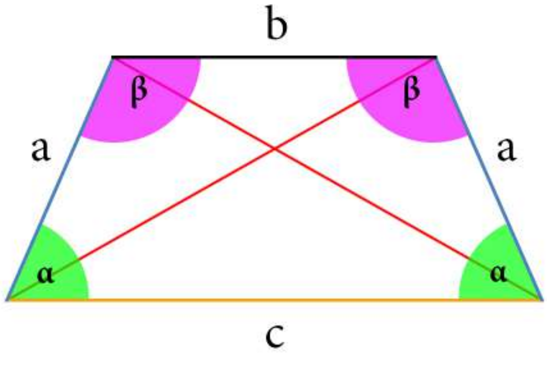
$\alpha + \delta = 180^{\circ}$

$\beta + \gamma = 180^{\circ}$

- wszystkie **boki** są różnej długości,
- **podstawy** są względem siebie równoległe,
- suma kątów leżących przy tym samym ramieniu jest równa 180°,
- **przekątne** nie są jednakowej długości,

trapez równoramienny:

- **ramiona** są jednakowej długości,
- **podstawy** są względem siebie równoległe,
- suma kątów leżących przy tym samym ramieniu jest równa 180°,
- **przekątne** są jednakowej długości.



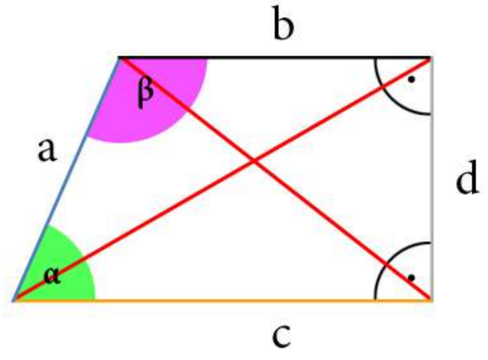
$\alpha + \beta = 180^{\circ}$

Czworokąty i ich właściwości IV.

Do czworokątów zalicza się:

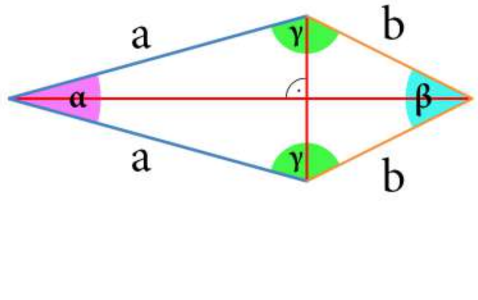
trapez prostokątny:

- boki są na ogół różnej długości,
- **podstawy** są względem siebie równoległe,
- suma kątów leżących przy tym samym ramieniu jest równa 180°,
- kąty leżące przy jednym z ramion mają miarę 90°,
- **przekątne** są różnej długości.



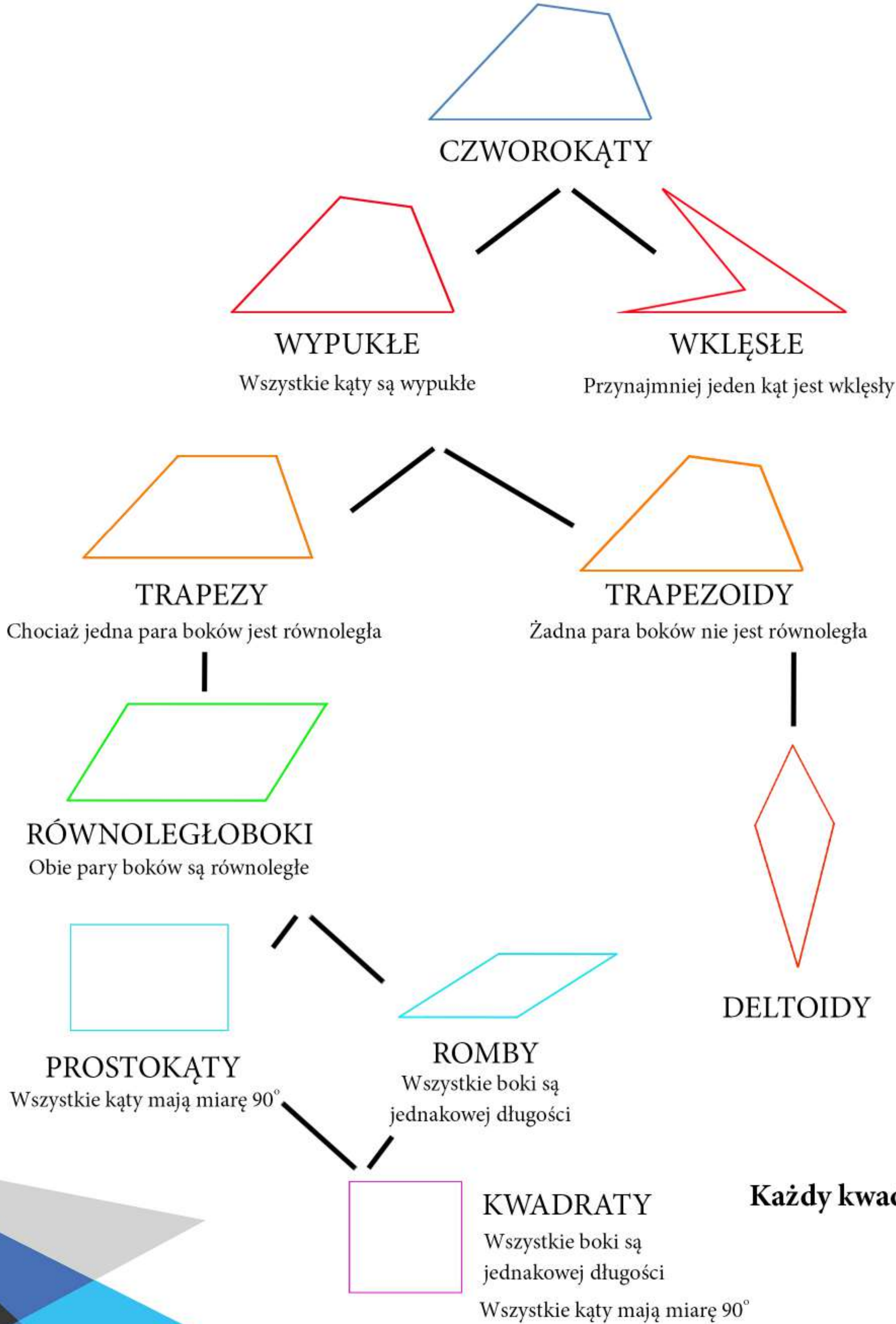
$\alpha + \beta = 180^{\circ}$

deltoid:



- sąsiednie **boki** są równej długości,
- dwa **kąty** wewnętrzne są jednakowej miary,
- **przekątne** są różnej długości,
- **przekątne** przecinają się pod kątem prostym w połowie długości krótszej z nich.

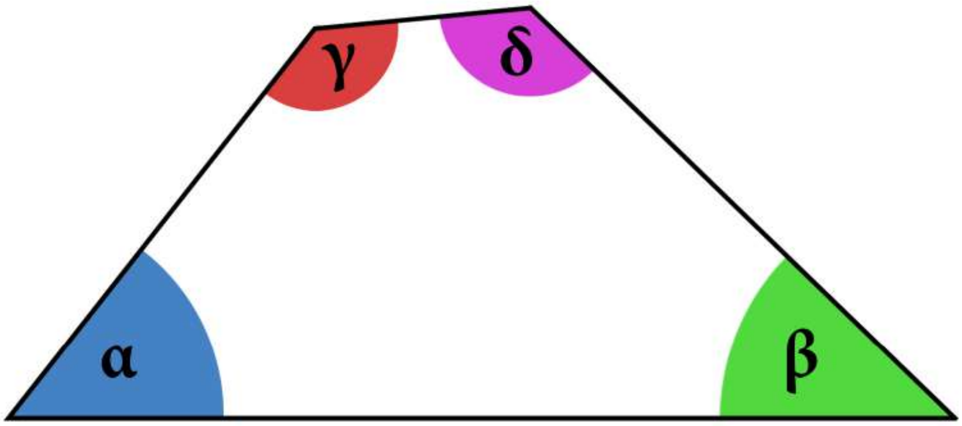
Rodzina czworokątów.



Każdy kwadrat to... trapez!

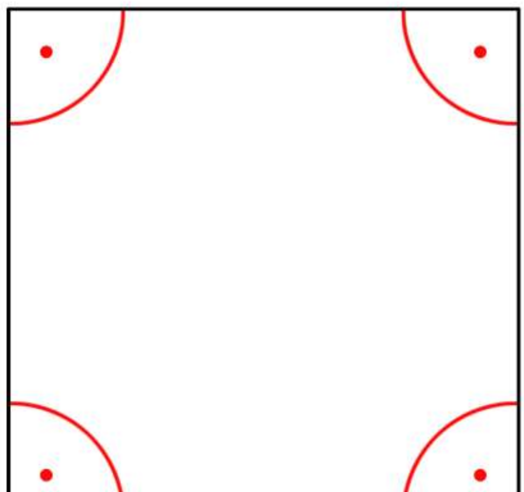
Miary kątów w czworokącie.

Suma miar kątów w każdym czworokącie wynosi 360°. Innymi słowy, po dodaniu do siebie miar wszystkich kątów dowolnego czworokąta, wynik zawsze będzie równy 360°.



$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^{o}$$

Wartym uwagi jest fakt, iż kąty w kwadratach i prostokątach zawsze mają miarę 90°.



Wysokość czworokątów - właściwości.

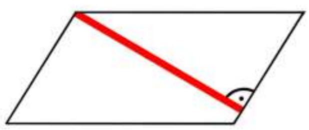
Wysokość czworokąta, to odcinek łączący ze sobą **dwa równoległe boki** tegoż czworokąta (lub ich przedłużenia), ustawiony do nich pod **kątem prostym**:

Czworokątami których długość boków nie jest jednocześnie długością wysokości są:

- równoległoboki - posiadają co do zasady 2 wysokości różnej długości:

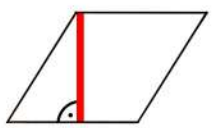
I.

II.

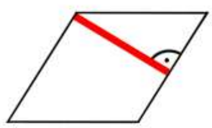


- romby - posiadają co do zasady 2 wysokości równej długości:

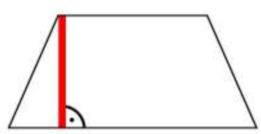
I.



II.



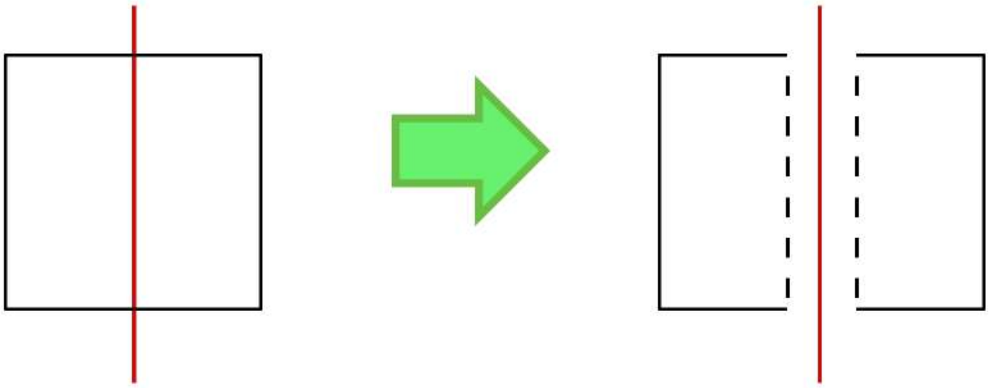
- trapezy - posiadają co do zasady 1 wysokość:



Wysokość co do zasady wypuszcza się z kąta i oznacza literą h.

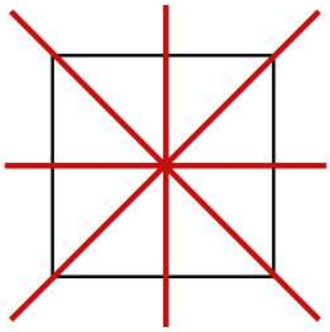
Osie symetrii w czworokątach.

Osią symetrii figury nazywamy taką prostą, która dzieli figurę na dwie identyczne figury. A więc oś symetrii w czworokącie dzieli czworokąt na dwie identyczne figury:

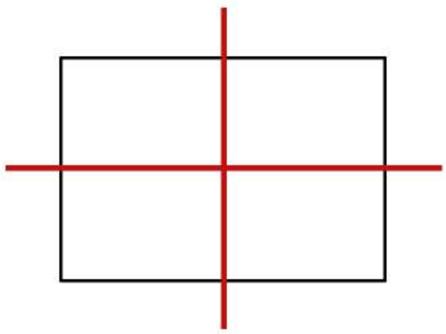


Różne czworokąty posiadają różną ilość osi symetrii:

- **kwadrat** posiada aż 4 osie symetrii:



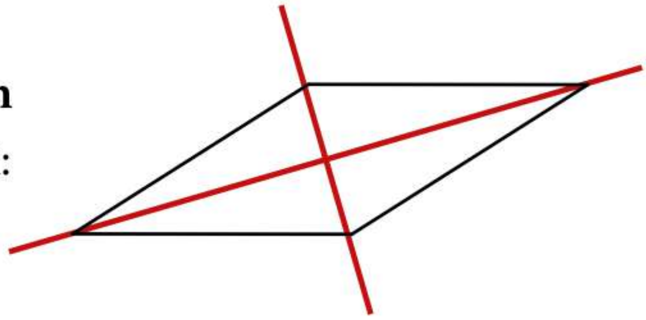
- **prostokąt niebędący kwadratem** posiada tylko 2 osie symetrii:



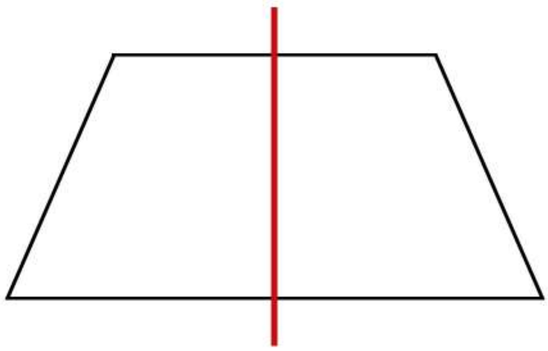
Osie symetrii w czworokątach II.

Różne czworokąty posiadają różną ilość osi symetrii:

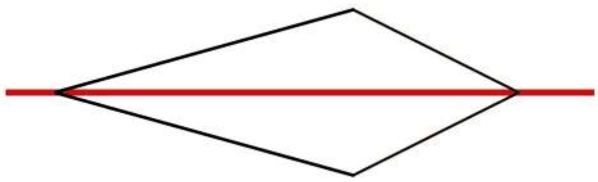
- **romb niebędący kwadratem** posiada tylko 2 osie symetrii:



- **trapez równoramienny niebędący prostokątem** posiada jedynie 1 oś symetrii:

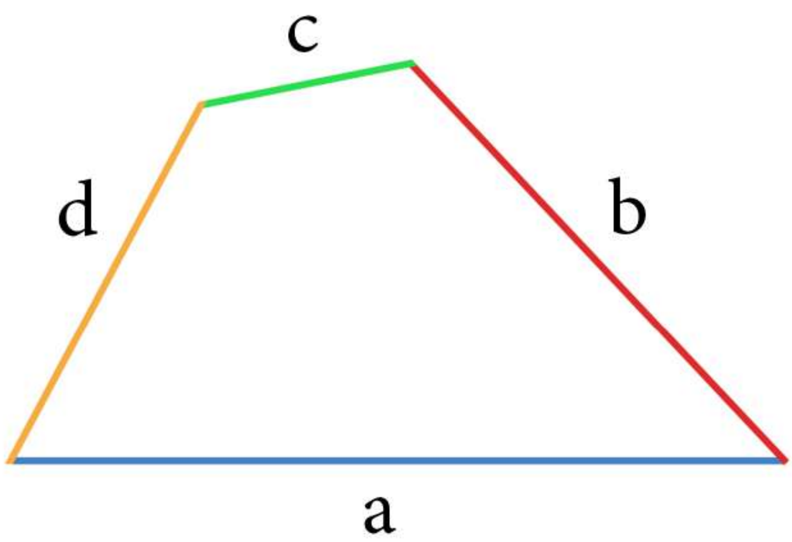


- **deltoid niebędący rombem** posiada jedynie 1 oś symetrii:



Obwód czworokąta - co to?

Obwodem dowolnej figury nazywa się sumę miar wszystkich jej boków. Tak więc obwód czworokąta to wynik, jaki wyjdzie po dodaniu długości wszystkich boków danego czworokąta:



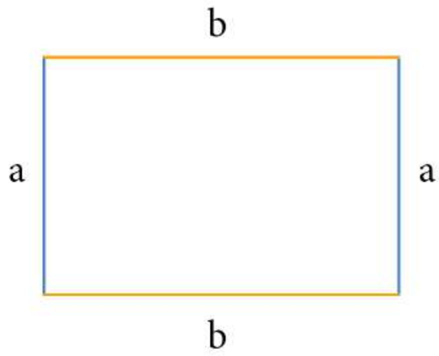
Obwód (L) = a + b + c + d

W zależności od rodzaju czworokąta można jego obwód obliczyć w odmienny sposób, o czym na następnej stronie.

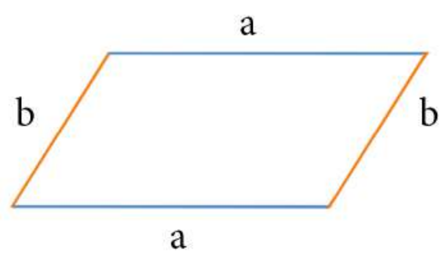
Obwód czworokąta - różne rodzaje.

W zależności od rodzaju czworokąta można jego obwód obliczyć w odmienny sposób:

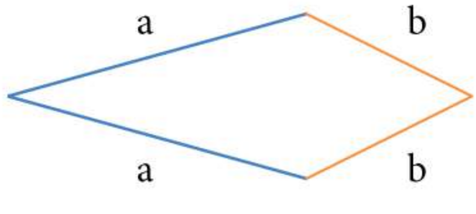
- **prostokąt, równoległobok i deltoid** - obwód można obliczyć w tradycyjny sposób lub dodając do siebie wymnożone przez 2 długość boków różnej długości:



$L = a + b + a + b$ lub $L = 2a + 2b$



$L = a + b + a + b$ lub $L = 2a + 2b$

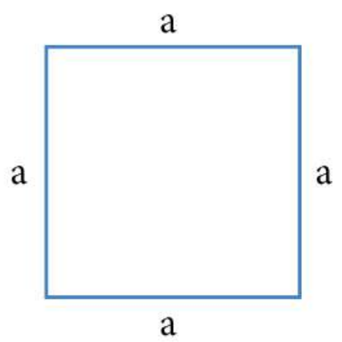


$L = a + b + a + b$ lub $L = 2a + 2b$

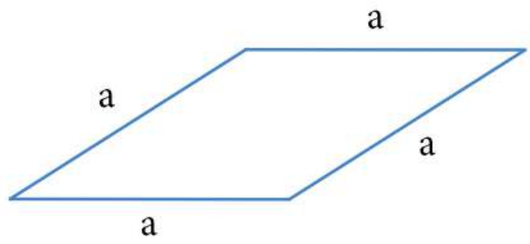
Obwód czworokąta - różne rodzaje II.

W zależności od rodzaju czworokąta można jego obwód obliczyć w odmienny sposób:

- **kwadrat i romb** - obwód można obliczyć w tradycyjny sposób lub wymnażając przez 4 długość jednego boku:

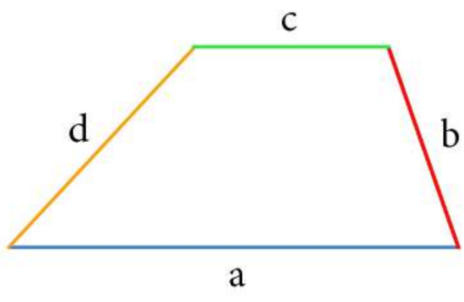


$L = a + a + a + a$ lub $L = 4a$



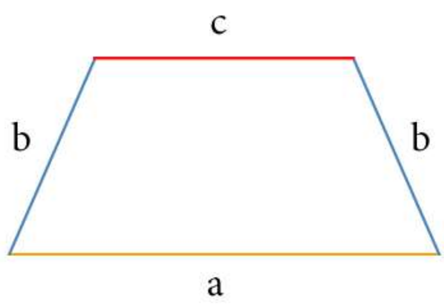
$L = a + a + a + a$ lub $L = 4a$

- **trapez**- obwód można obliczyć tylko w tradycyjny sposób:



$L = a + b + c + d$

- **trapez równoramienny** - obwód można obliczyć w tradycyjny sposób oraz dodając podstawy do wymnożonej przez 2 długości ramion:



$L = a + b + b + c$ lub $L = a + 2b + c$

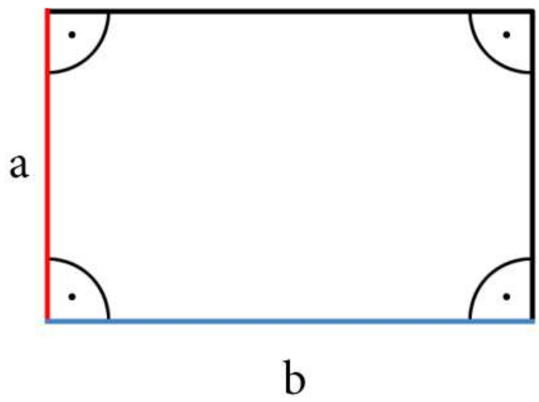
Pole czworokąta - co to jest?

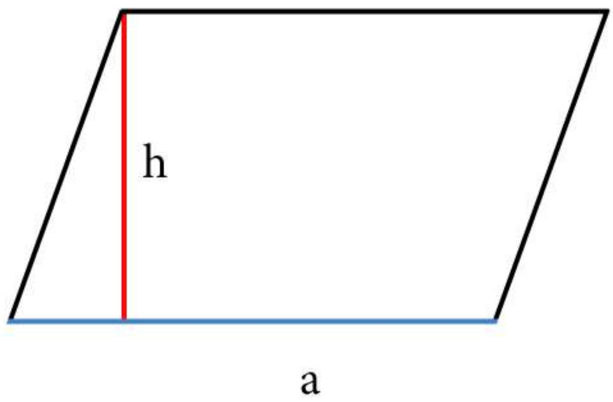
Najprościej mówiąc, pole figury opisuje wielkość/rozmiar danej figury. Tak więc pole czworokąta wskazuje jak wielkim opisywany czworokąt jest.

Pole figury zawsze opisuje się w jednostkach kwadratowych, np.:

mm^2- milimetry kadratowe, cm^2- centymetry kwadratowe itd.

Co do zasady pole czworokątów oblicza się poprzez wymnożenie długości ich **podstawy** do długości ich **wysokości**:





$$P = a \cdot b \qquad\qquad P = h \cdot a$$

W kwadracie i prostokącie **wysokością** jest jeden z boków.

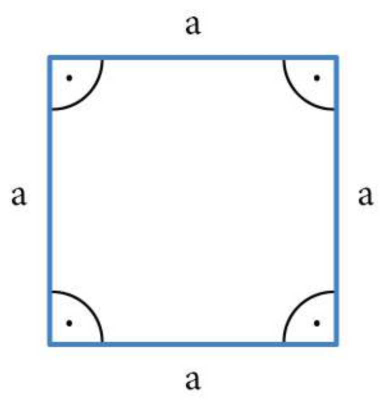
Podstawą w czworokącie jest jeden z wybranych boków.

W zależności od rodzaju czworokąta i tego co przyjmiemy za podstawę, polę figury można obliczać odmiennie.

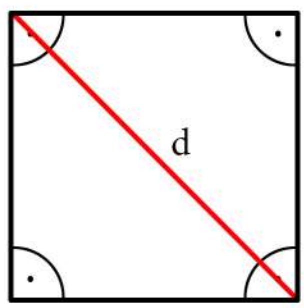
Pole czworokąta - kwadrat i prostokąt.

Pole kwadratu możemy obliczyć za pomocą dwóch wzorów:

- wzór tradycyjny:
- wzór oparty o przekątną:

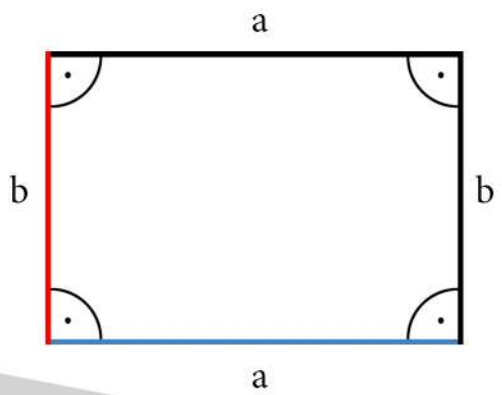


$$P = a \cdot a = a^2$$

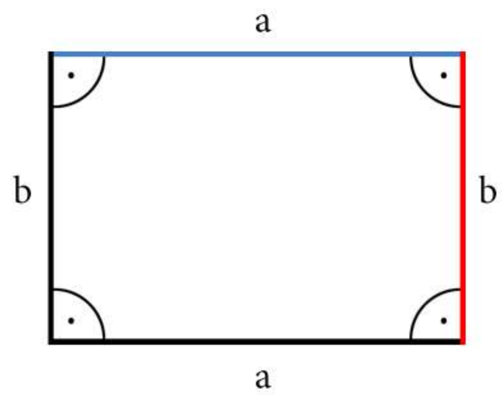


$$P = \frac{d^2}{2}$$

Pole prostokąta oblicza się za pomocą tradycyjnego wzoru w zależności od tego, który bok przyjmiemy za podstawę, a który za wysokość:



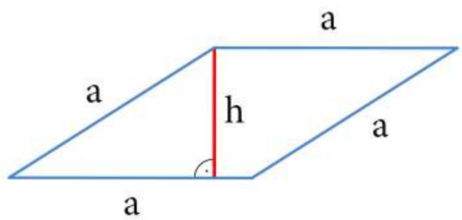
$$P = a \cdot b$$



Pole czworokąta - romb i równoległobok.

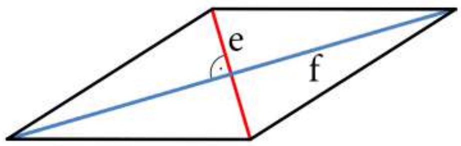
Pole rombu możemy obliczyć za pomocą dwóch wzorów:

✔ wzór tradycyjny:



$P = a \cdot h$

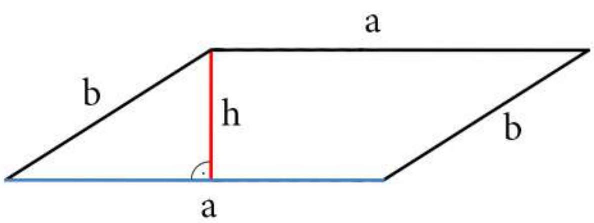
✔ wzór oparty o przekątne:



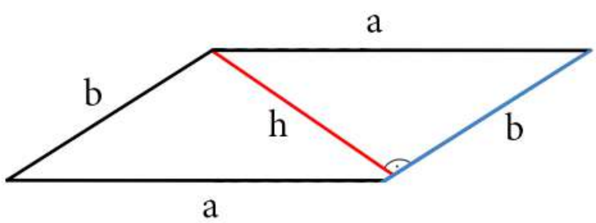
$P = \frac{e \cdot f}{2}$

Ten sam wzór stosuje się do wyliczenia pola deltoidu.

Pole równoległoboku możemy obliczyć za pomocą tradycyjnego wzoru, w zależności od tego, który bok przyjmiemy za podstawę:



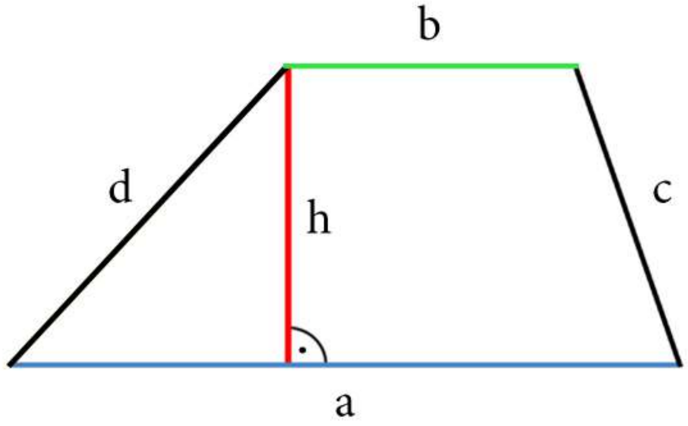
$P = a \cdot h$



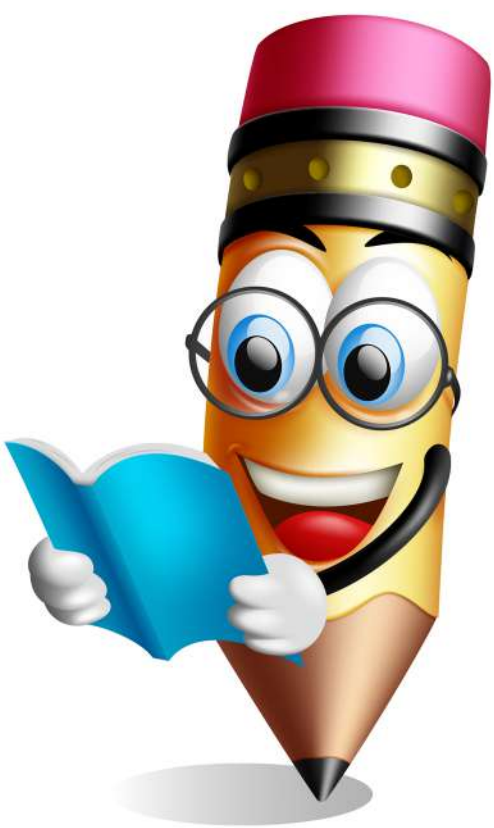
$P = b \cdot h$

Pole czworokąta - trapez.

Pole trapezu oblicza się osobnym, indywidualnym wzorem:



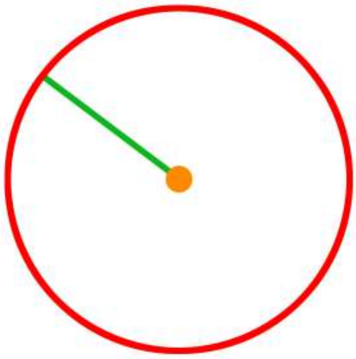
$$P = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

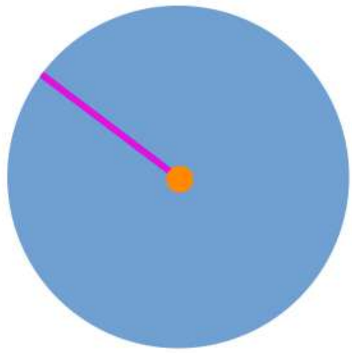


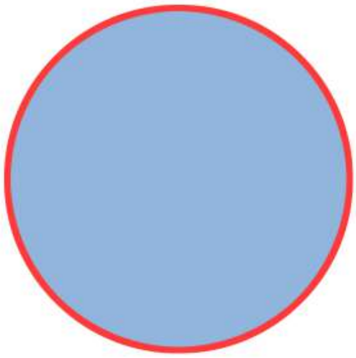
Okrąg i koło - różnica i właściwości.

Okrąg to brzeg koła. W szerszej definicji, jest to zbiór wszystkich punktów na płaszczyźnie, których odległość od ustalonego punktu (**środek**) jest równa wcześniej ustalonej odległości (**promień**).

Wnętrze, jest to zbiór wszystkich punktów na płaszczyźnie, których odległość od ustalonego punktu (**środek**) jest mniejsza od wcześniej ustalonej odległości (**promień**).



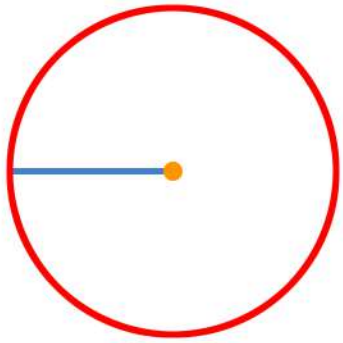


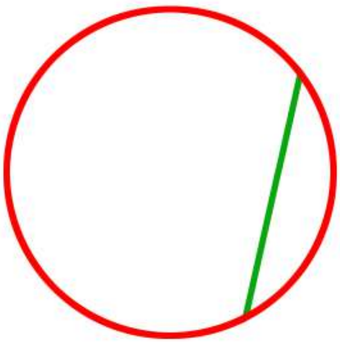


Koło to **okrąg** i jego **wnętrze**.

Okrąg i koło - łuk promień, średnica, cięciwa.

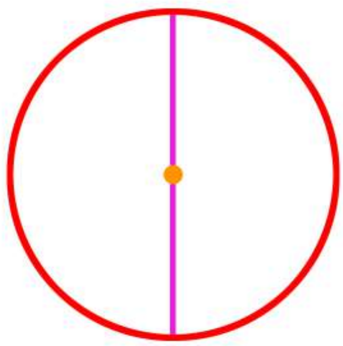
Promień (r) okręgu lub koła to **odcinek** łączący **środek koła/okręgu** z dowolnym punktem na **okręgu**.

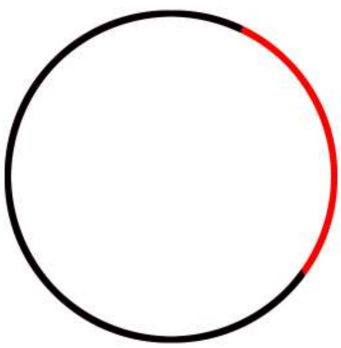




Cięciwa okręgu lub koła to **odcinek** łączący dwa dowolne punktu **okręgu**.

Średnica (d) okręgu lub koła to najdłuższa cięciwa, przechodząca przez **środek okręgu**.

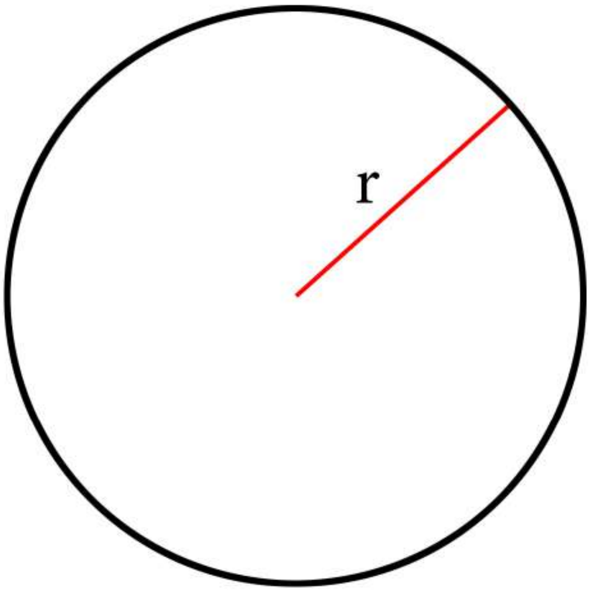




Łuk to fragment **okręgu**.

Okrąg i koło - obwód!

Obwód koła to inaczej długość okręgu, znajdującego się na jego brzegu. Obwód okręgu to po prostu jego długość:



Obwód koła/okręgu (L) = 2πr

Liczba PI to stosunek długości okręgu do długości jego średnicy. Wynosi on w przybliżeniu **3,14** i ułatwia obliczenie zarówno obwodu okręgu/koła oraz pola powierzchni koła.

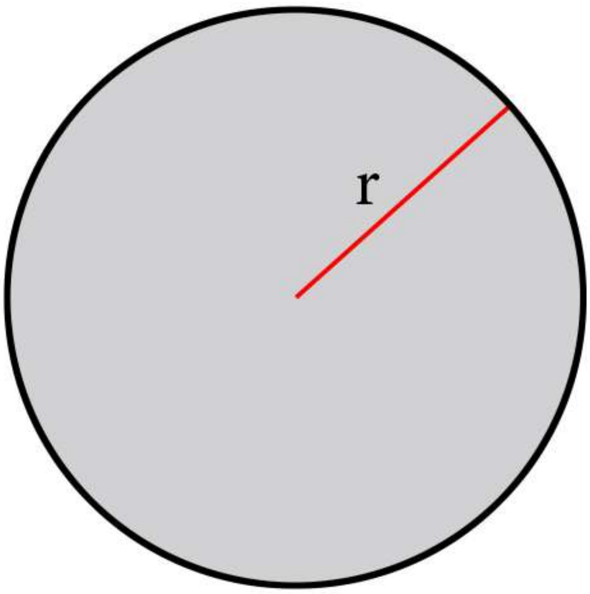
Koło - pole powierzchni!

Najprościej mówiąc, pole figury opisuje wielkość/rozmiar danej figury. Tak więc pole koła wskazuje jak wielkim jest opisywane koło. Pole jest obliczalne tylko w przypadku koła, nie można go obliczyć w przypadku okręgu, bo okrąg nie ma wnętrza, jest pusty w środku.

Pole figury zawsze opisuje się w jednostkach kwadratowych, np.:

mm^2 - milimetry kadratowe, cm^2 - centymetry kwadratowe itd.

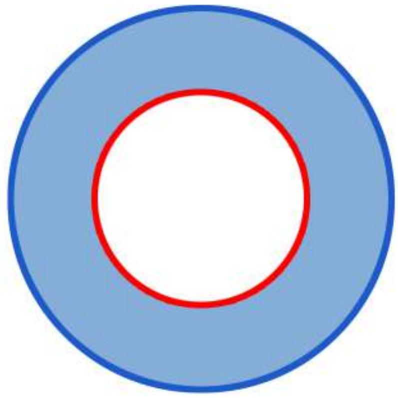
Wzór na pole koła - liczba PI x długość promienia^2



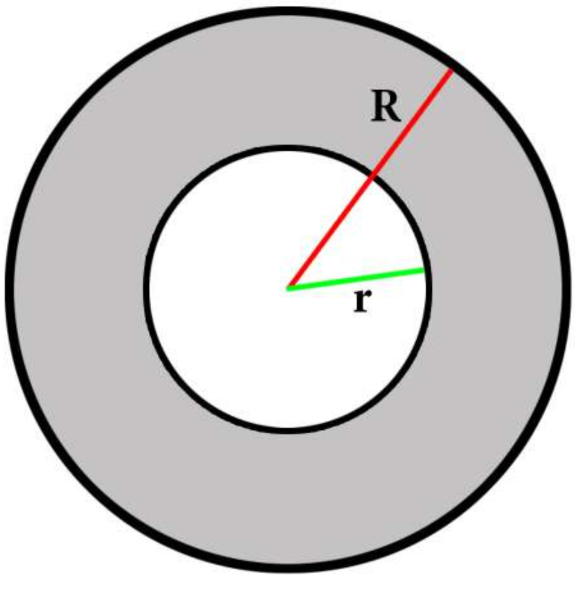
Pole koła (P) = πr^2

Czym jest pierścień?

Najprościej mówiąc, pierścień to puste w środku **koło**. Z tymże warto pamiętać, iż wspomnianą pustkę tworzy **okrąg** o dowolnej wielkości.



Aby obliczyć pole powierzchni **pierścienia**, trzeba użyć poniżej formuły:



Pole pierścienia (P) =

$$\pi(R^2 - r^2)$$

Zmiana jednostek pola.

Aby zmienić jednostkę pola z mniejszej na większą, należy zmienianą wartość **podzielić przez 100**. Aby zmienić jednostkę pola z większej na mniejszą, należy zmienianą wartość **pomnożyć przez 100**:

7 km^2 to:

$\downarrow$ **•100**

700 ha^2 to:

$\downarrow$ **•100**

70 000 a^2 to:

$\downarrow$ **•100**

7 000 000 m^2 to:

$\downarrow$ **•100**

700 000 000 dm^2 to:

$\downarrow$ **•100**

70 000 000 000 cm^2 to:

$\downarrow$ **•100**

7 000 000 000 000 mm^2

8 000 000 000 000 mm^2 to:

:100 $\downarrow$

80 000 000 000 cm^2 to:

:100 $\downarrow$

800 000 000 dm^2 to:

:100 $\downarrow$

8 000 000 m^2 to:

:100 $\downarrow$

80 000 a^2 to:

:100 $\downarrow$

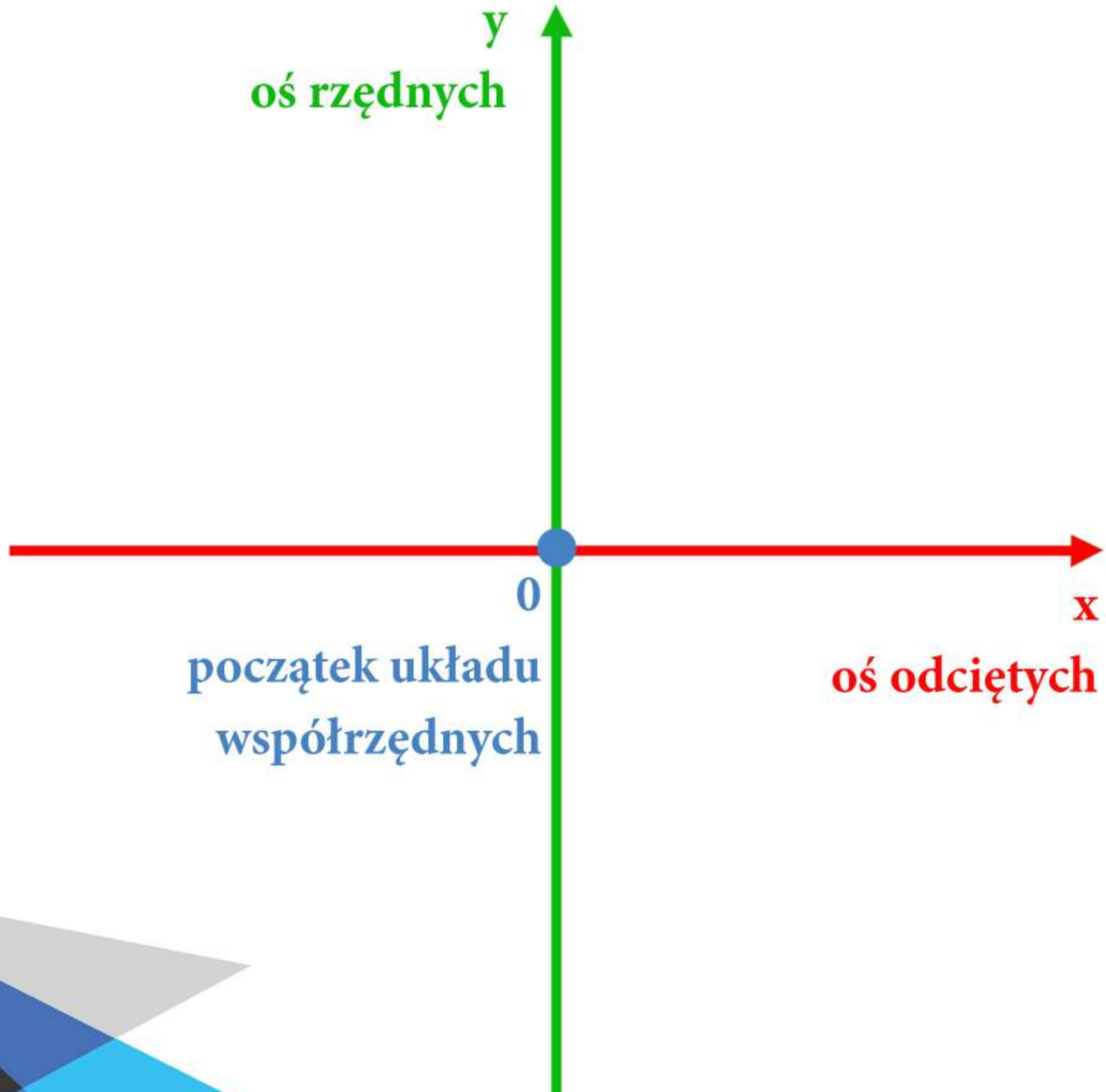
800 ha^2 to:

:100 $\downarrow$

8 km^2

Czym jest układ współrzędnych?

Układ współrzędnych na płaszczyźnie to dwie prostopadłe względem siebie osie, względem których określa się położeniu punktów na płaszczyźnie. Jedna ze wspomnianych osi jest **pozioma** i nazywa się ją **osią odciętych**, a druga jest **pionowa** i nazywa się ją **osią rzędnych**. Układ współrzędnych rozpoczyna się w **punkcie 0**, gdzie przecinają się ze sobą wspomniane osie.

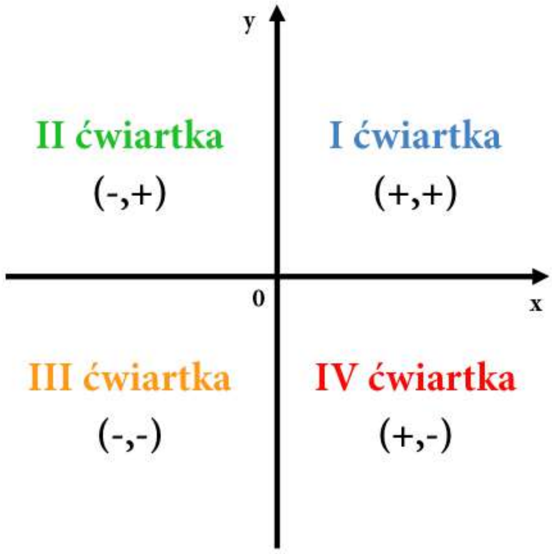


Układ współrzędnych - ćwiartki i oznaczanie punktów.

Osie układu współrzędnych dzielą płaszczyznę na cztery ćwiartki.

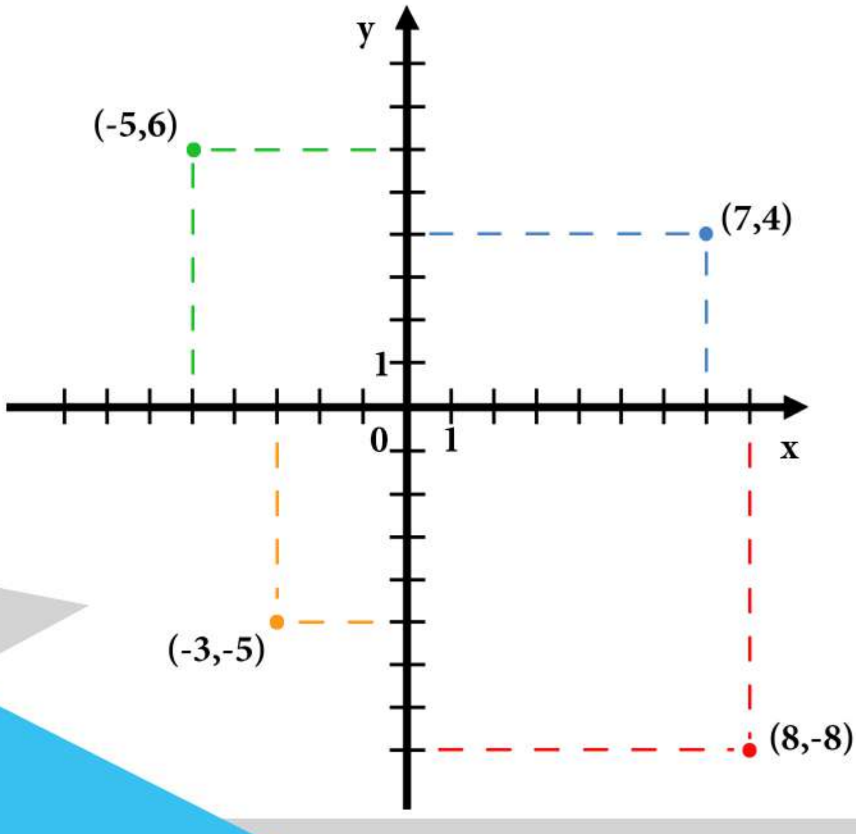
Wpółrzędne oznaczone w **I ćwiartce** są zawsze dodatnie.

Wpółrzędne z **II ćwiartki** w stusunku do osi odciętych są ujemne, a w stosunku do osi rzędnych są dodatnie.



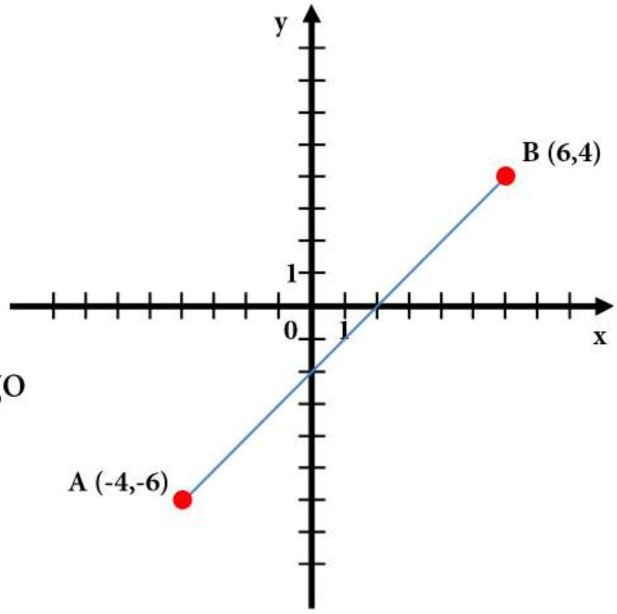
Wpółrzędne oznaczone w **III ćwiartce** są zawsze ujemne.

Wpółrzędne z **IV ćwiartki** w stusunku do osi odciętych są dodatnie, a w stosunku do osi rzędnych są ujemne.



Odcinek i jego środek w układzie współrzędnych.

W układzie współrzędnych można umieścić **odcinek**, którego początek i koniec to **punkty** oznaczone na osiach x i y.



Aby odnaleźć **środek (S)** znajdującego się obok **odcinka**, należy użyć poniższego wzoru:

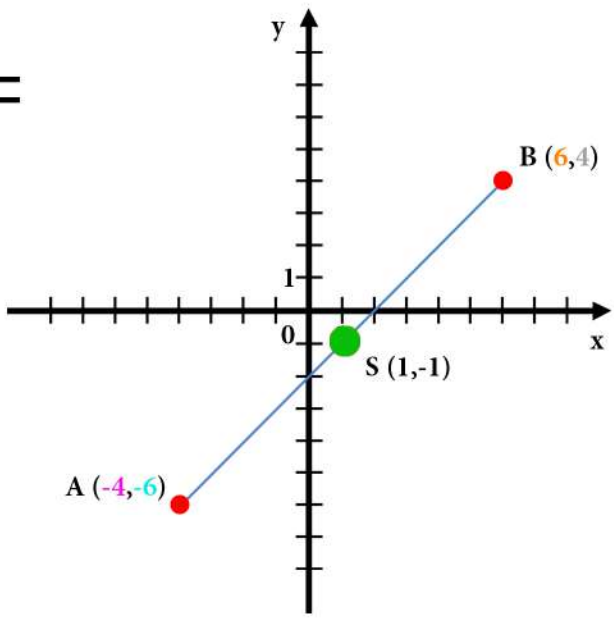
$$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Używając za przykład powyższy **odcinek,** środek występuje w punkcie:

$$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) =$$

$$\left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{-6 + 4}{2}\right) =$$

$$\left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2}\right) = (\mathbf{1\ ,\ -1})$$

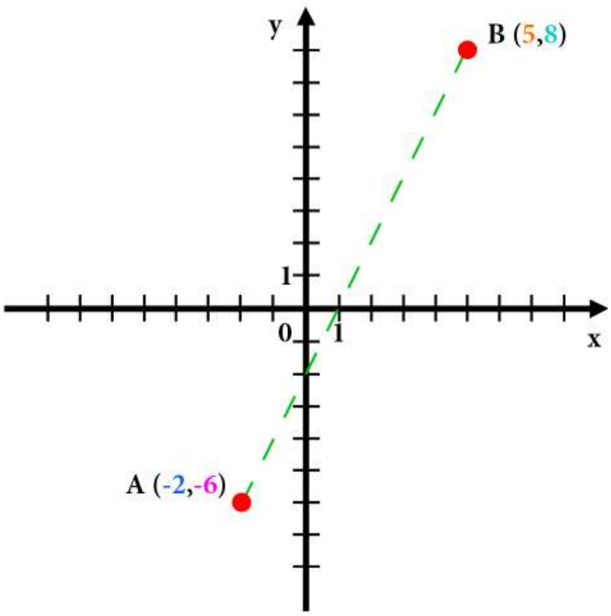


Odległość między punktami w układzie współrzędnych.

Aby można było obliczyć **odległość** między dwoma **punktami** w układzie współrzędnych, należy wykorzystać dany wzór:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Wykorzystanie w praktyce danego wzoru wygląda następująco:



$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$\sqrt{(5 - [-2])^2 + (8 - [-6])^2} =$$

$$\sqrt{(5 + 2)^2 + (8 + 6)^2} = \sqrt{7^2 + 14^2} =$$

$$\sqrt{49 + 196} = \sqrt{245} \approx 15{,}65$$

Odległość między punktem **A** a **B** wynosi około **15,65 j**.

Zakończenie!

Dziękujemy za korzystanie z naszego poradnika! Po więcej wiedzy zapraszamy na:

www.akademiaprymusow.pl